24th Mathematical Duel

Category B-Individual Competition

(Ostrava-March 13,2016)

Beim Einzelwettbewerb hatten wir 150 Minuten Zeit um 4 Beispiele zu lösen. In den ersten 15 Minuten hatten wir Zeit um die Bedeutung mancher Englisch-Vokabeln nachzufragen. Nachdem alle Unklarheiten geklärt wurden, begann das Lösen der Beispiele.

Die Angabe des ersten Beispiels lautete: a,b,c sind beliebige reele Zahlen. Beweise, dass die Ungleichung $a^2+5b^2+4c^2>=4(ab+bc)$ stimmt. Wann stimmt das Gleich.

Eine mögliche Lösung lautet: Die Gleichung umformen und dann in zwei Binomische Formeln teilen:

$a^2+5b^2+4c^2>=4(ab+bc)$ =>

$a^2+5b^2+4c^2-4ab-4bc >=0$ =>

$(a-2b)^2+(2c-b)^2 >=0$: Die Summe von zwei Quadratzahlen ist immer größer-gleich null.

Der Gleichheitsfall gilt nur dann wenn beide Summanden gleich null sind. Dafür gibt's unendlich viele Lösungen.

Die Angabe des zweiten Beispiels lautete:

Finde heraus wie viele Wege es gibt die Zahlen 1-8 einem Würfel ABCDEFGH zu zuteilen, sodass die Summe der zwei Zahlen auf einer Kante ungerade ist.

G…Gerade

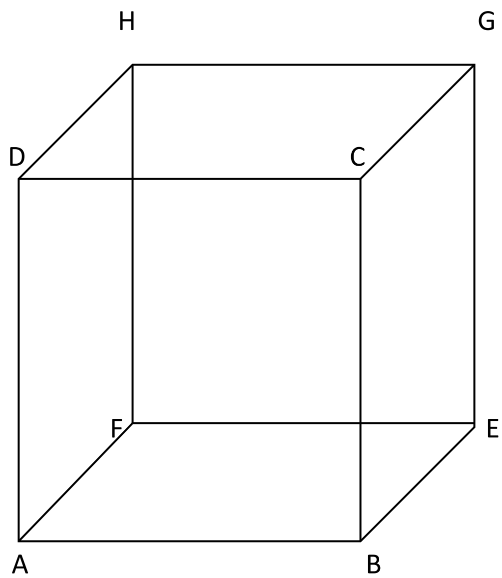
U…Ungerade

G+G=G

U+U=G

G+U=U

U+G=U



Da wir genau 4 gerade und ungerade Zahlen haben können wir sagen, dass wir A 4 verschiedene gerade Zahlen einteilen können, das heißt dann, dass für E nur noch 3 Möglichkeiten übrig bleiben für C 2 und für H 1. Das gleiche kann man auch für die ungeraden Zahlen machen. Nachher kann man auch die geraden und ungeraden Zahlen vertauschen. Also lautet die Lösung: 2*((4*3*2*1)*(4*3*2*1))=1152…. Es gibt 1152 Möglichkeiten!