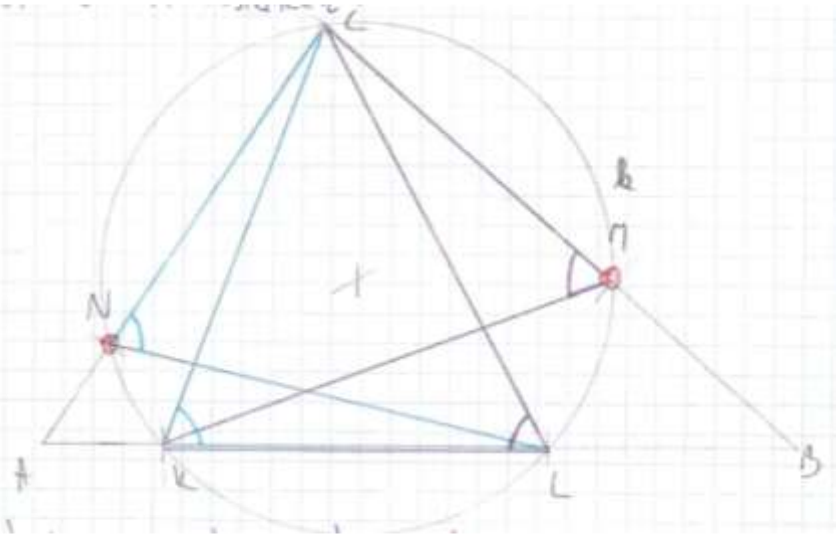
Kategorie B (Jednotlivci), úloha 2
B–I–2

Narýsuji si obrázek:



Platí, že trojúhelníky KNA, LCA, MLB a CKB jsou rovnoramenné. Určitě můžu udělat kružnici k procházející body C, K, L, protože vím, že existuje právě jedna kružnice procházející třemi body. Musím jen dokázat, že na té samé kružnici leží i body M, N. Platí, že libovolná tětiva kružnice je ze všech bodů ležících na kružnici vidět pod tím samým úhlem. Využiji rovnoramenných trojúhelníků a osové souměrnosti - trojúhelníky AKN a ALC jsou rovnoramenné, proto lichoběžník LCNK je taky rovnoramenný a tedy osově souměrný podle osy základen. Jeho úhlopříčky CK a LN jsou stejně dlouhé proto trojúhelníky LCK a CLN jsou shodné. Z bodu K i z bodu N jde tětivu CL vidět pod stejným úhlem. Bod N tedy leží na kružnici k stejně jako body C, K, L. Podobně dokážu, že bod M leží na kružnici k - trojúhelníky BML a BCK jsou rovnoramenné, lichoběžník CKLM je taky rovnoramenný. Trojúhelníky CMK a KLC jsou proto shodné a z bodu M i z bodu L jde tětivu CK vidět pod stejným úhlem. Bod M tedy leží na kružnici k jako body C, K, L, N. Tímto mám důkaz hotov.

Kategorie B, úloha 3
B–I–3

Vypíšu si prvních několik mocnin čísla 9:
$9^1 = 9$
$9^2 = 81$
$9^3 = 729$
$9^4 = 6561$
Poslední číslice je vždy 1 nebo 9 (9×9 = 81, 9×1 = 9). Předposlední číslice u 2. mocniny je 8, u 3. mocniny je to 9×8 + 0 (to, co jde dál z 9×1 = 9) = 72 - sudé číslo. U 4. mocniny je to 9×2 + 8 (to, co jde dál z 9×9 = 81) = 26 - sudé číslo. U předposlední je výpočet 9×předchozí předposlední číslice + 0 nebo + 8. Proto pokud je předchozí předposlední číslice lichá, následující předposlední číslice je taky lichá. Pokud je předchozí předposlední číslice sudá, následující je taky sudá. U 2. mocniny je předposlední číslice sudá, sudé jsou potom všechny další předposlední číslice. Jelikož číslo 9 má nekonečně mnoho mocnin a každá z nich má předposlední číslici sudou (nebo 0 kterou můžu považovat za sudou číslici), existuje tedy nekonečně mnoho mocnin čísla 9 s aspoň jednou číslicí sudou.