MATHEMATICAL DUEL

XXV

GRAZ 2017

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Die Einflüsse von Kreativität und Intelligenz auf mathematische Begabung

Lilith Schindler

Graz, 2017

„Dieses Projekt wurde mit Unterstützung der Europäischen Kommission finanziert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung trägt allein der Verfasser; die Kommission haftet nicht für die weitere Verwendung der darin enthaltenen Angaben.“

Die Einflüsse von Kreativität und Intelligenz auf mathematische Begabung

Diplomarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades
einer Magistra der Naturwissenschaften

an der Karl-Franzens-Universität Graz

vorgelegt von

Lilith SCHINDLER

am Institut für Mathematik und Wissenschaftliches Rechnen

Begutachter: Ao.Univ.-Prof. Dr.phil. Bernd Thaller
In Kooperation mit: Assoz. Univ.-Prof. Mag. Dr. Andreas Fink

Graz, 2017

Abstract

This diploma thesis examines the influence of creativity and intelligence on mathematical giftedness. After a first introduction into the theories of creativity and intelligence, models and researches of creativity in mathematics, additional to mathematical giftedness and mathematical thinking and problem-solving processes follow. Furthermore, the relation between creativity and intelligence is described. The practical part of this thesis deals with the testing of mathematical gifted pupils, who took part in a mathematical competition (the Mathematical Duel) in march, 2017. The test consisted of two parts, the creativity part (Test zum schöpferischen Denken; TSD-Z) joined with an intelligence part (Advanced Progressive Matrices; APM-Test). The hypothesis of this survey claims an approximately even influence of creativity and intelligence on the outcome of the Mathematical Duel within the contestants. For a positive grading in different criterias of the TSD-Z, abilities for creativity were observed. Additionally, their influence on the results of the Mathematical Duel were investigated. To counter-proof this hypothesis the findings of all three tests (Mathematical Duel, TSD-Z and APM) were correlated.

Kurzfassung

In dieser Diplomarbeit sollen die Einflüsse von Kreativität und Intelligenz auf mathematische Begabung untersucht werden. Zuerst erfolgt eine kurze Einführung in bekannte Theorien zur Kreativität und zur Intelligenz. Modelle und Untersuchungen zur Kreativität in der Mathematik, zu mathematischen Denk- und Problemlöseprozessen und zur mathematischen Begabung sollen vorgestellt werden. Anschließend wird die Beziehung von Kreativität und Intelligenz skizziert.
Der praktische Teil der Diplomarbeit befasst sich mit der Testung mathematisch begabter Schüler und Schülerinnen, die im März 2017 an einem mathematischen Wettbewerb, dem Mathematical Duel, teilnahmen. Getestet wurden diese Schüler und Schülerinnen durch einen Kreativitätstest, den Test zum schöpferischen Denken-Zeichnerisch (TSD-Z) und einen Intelligenztest, den Test durch die Advanced Progressive Matrices (APM- Test). Die Hypothese dieser Untersuchung sagte einen annähernd gleich großen Einfluss von Kreativität und Intelligenz auf die Ergebnisse der Schüler und Schülerinnen beim Mathematical Duel voraus. Außerdem wurde der Einfluss einzelner kreativer Fähigkeiten, die für eine positive Bewertung bestimmter Kriterien beim TSD-Z relevant waren, auf die Ergebnisse der Schüler und Schülerinnen beim Mathematical Duel untersucht. Zur Überprüfung der aufgestellten Hypothese wurden die Ergebnisse aller drei Testungen (Mathematical Duel, TSD-Z und APM) miteinander korreliert.

Inhalt

Vorwort und Danksagung

Ich möchte vor allem meinen Betreuern, Herrn Ao.Univ.-Prof. Dr.phil. Bernd Thaller und Herrn Assoz. Univ.-Prof. Mag. Dr. Andreas Fink für die vielen konstruktiven Gespräche und die gute Betreuung beim Verfassen meiner Diplomarbeit danken. Großer Dank gebührt auch allen Teilnehmern und Teilnehmerinnen, sowie den Organisatoren und Organisatorinnen des Mathematical Duels für ihre Mitarbeit und Geduld.

Von Herzen bedanken möchte ich mich bei meiner Familie, meinen Freunden und meinem Freund für ihre vielseitige Unterstützung, die mir nicht nur beim Schreiben der Diplomarbeit geholfen hat, sondern generell bei allen meinen Lebensplänen eine große Hilfe war.

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre ehrenwörtlich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst, andere als die angegebenen Quellen nicht benutzt und die den Quellen wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen inländischen oder ausländischen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht. Die vorliegende Fassung entspricht der eingereichten elektronischen Version.

Graz, am 6.7.2017

(Lilith Schindler)

Abkürzungsverzeichnis

	Abkz.	**Erklärung**
A	All	Allstars
	APM	Advanced Progressive Matrices
B	Bil	Bílovec
	BRG	Bundesrealgymnasium
C	Cho	Chorzów
	CPM	Coloured Progressive Matrices
H	HC-HI	High Creativity - High Intelligence Group
	HC-LI	High Creativity - Low Intelligence Group
	LC-HI	Low Creativity - High Intelligence Group
	LC-LI	Low Creativity - Low Intelligence Group
I	IQ	Intelligenzquotient
K	Kep	Kepler
M	MathDuel	Mathematical Duel
P	Pre	Přerov
S	SAT	College Board Scholastic Aptitude Test
	SMPY	Study of Mathematically Precocious Youth
	SPM	Standard Progressive Matrices
T	TSD-Z	Test zum schöpferischen Denken - zeichnerisch

Teil I.

Kreativität, Intelligenz & ihr Verhältnis zueinander

1. Intelligenz

1.1. Einleitung

Dieses Kapitel umfasst Intelligenzmodelle, welche nach unterschiedlichen Aspekten ausgewählt wurden: Anhand der Theorien von Spearman, Thurstone und Cattell sollen einige wichtige Begrifflichkeiten, die im weiteren Verlauf der Arbeit immer wieder vorkommen (beispielsweise fluide Intelligenz oder der allgemeine Faktor „g“ der Intelligenz), erklärt werden. Die Theorien von Sternberg und Carroll werden anschließend in Bezug auf ihre Relevanz für mathematisches Denken diskutiert. Modelle der Intelligenz und Modelle der Kreativität können nicht getrennt voneinander betrachtet werden. Die Kapitel 1 und 2 wollen versuchen, diese Beziehung von Intelligenz und Kreativiät zu skizzieren. Ziel des Kapitels 1 ist es außerdem, erste Einblicke in die theoretischen Hintergründe des in dieser Arbeit verwendeten psychologischen Test der Advanced Progressive Matrices (APM) zu geben.

1.2. Spearman, Thurstone & Cattell

Spearman beobachtete die Leistungen von Schülerinnen und Schülern in Fächern, wie beispielsweise Mathematik, Englisch und Musik, mit unterschiedlichem Inhalt und unterschiedlichen kognitiven Anforderungen. Er stellte dabei eine positive Korrelation der erbrachten Leistungen in diesen Gegenständen fest. Spearman schloss daraus, dass neben spezifischen kognitiven Fähigkeiten „s“ (specific) und einem Fehleranteil „e“ (error) auch ein Faktor der allgemeinen Intelligenz „g“ (general) existieren müsse. Ein solcher Faktor wäre eine plausible Erklärung für die gefundenen positvien Korrelationen. Seine Hypothese lautet,

„that all branches of intellectual activity have in common one fundamental function (or group of functions), whereas the remaining or specific elements of the activity seem in every case to be wholly different from that in all the others“ (Spearman, 1904, S. 284).

Mit Hilfe einer von ihm entwickelten Vorform der Faktorenanalyse konnte Spearman zeigen, dass unterschiedliche Tests unterschiedliche Ladungen auf diesem allgemeinen Faktor „g“ aufwiesen. Seiner Arbeit kann entnommen werden, dass die von ihm durchgeführten Tests in Mathematik mit 0.86 mit dem allgemeinen Intelligenzfaktor „g“ korrelieren, Tests in Englisch mit 0.90 und Tests in Musik mit 0.70. Für Mathematik, beispielsweise, liegt das Verhältnis zwischen dem gemeinsamen Faktor „g“ und einem spezifischen Faktor „s“ bei 0.74 zu 0.26 (Spearman, 1904, S.276). Durch die Konstruktion von „g“ als eine Korrelation zwischen verschiedenen Leistungsmaßen ergibt sich, dass es für eine Approximation dieser Komponente mehrerer Tests bedarf. Solch ein mühsames Unterfangen kann beispielsweise mit den Matrizentests von John C. Raven abgekürzt werden, welche eine besonders hohe Ladung auf „g“ aufweisen.

Es sei erwähnt, dass Spearmans Theorie eines allgemeinen Intelligenzfaktors nicht ohne Kritik blieb. Thurstone, welcher das Verfahren der multiplen Faktorenanalyse entwickelte, ging von einem Modell aus, bei dem mehrere Gruppenfaktoren in wechselnden Verhältnissen an der Lösung von Aufgaben beteiligt sind. Er fand aufgrund seiner Untersuchungen neun Faktoren, wobei die sieben *Primary Mental Abilities* als am besten gesichert gelten. Neben *verbal comprehension* (Verwendung und Bedeutung von Worten), *word fluency* (Finden von Worten, die strukturellen und symbolischen Erfordernissen entsprechen), *associative memory* (Erinnern von Assoziationspaaren) und *perceptual speed* (Geschwindigkeit beim Vergleich und bei der Identifikation visueller Reize) sind im mathematischen Kontext vor allem die Faktoren *induction* (Schlussfolgerndes Denken, Auffinden einer allgemeinen Regel), *space* (Räumliches Vorstellungsvermögen) und *number* (Geschwindigkeit und Genauigkeit beim Lösen einfacher arithmetischer Aufgaben) wichtig. Diese primären Fähigkeiten nach Thurstone sind relativ unabhängig voneinander. Die von Spearman beobachtete Korrelation zwischen den einzelnen Tests ist nach dem Modell Thurstones also nicht durch einen gemeinsamen Faktor „g“ zu erklären, sondern durch das Zusammenwirken der Primärfaktoren beim Erbringen einer kognitiven Leistung. (Amelang et al., 2010)

Ein anderer berühmter Vertreter dieser Ansicht, Guilford, ging bei seinem berühmten „Structure of Intellect“- Modell von 120 verschiedenen Fähigkeiten aus, die Intelligenz charakterisieren sollten (siehe Abschnitt 2.3). Im Übrigen findet sich zu der eben beschriebenen Debatte auch eine ähnliche Kontroverse in der Kreativitätsforschung. Dabei geht es um die Frage, ob und in welchem Ausmaß Kreativität domänenübergreifend und/ oder bereichsspezifisch ist.

Cattell schuf mit seinem Intelligenzmodell eine Synthese zwischen den widersprüchlich scheinenden Theorien von Thurstone und Spearman. Nach ihm ließ sich der allgemeine Intelligenzfaktor „g“ in zwei Faktoren aufspalten, nämlich *fluide Intelligenz* g_f und *kristalline Intelligenz* g_c:

„The theory of ‘fluid and crystallized general abilities,’ which states that with more refined analytical methods the general ability factor now measured by intelligence tests will be found to be not one factor but two.“ (Cattell, 1963, S. 1)

Nach Cattell repräsentiert *kristalline Intelligenz* Fähigkeiten, die aus der Anwendung von bereits Gelerntem resultieren. Als Beispiele nennt er Thurstones primäre verbale und rechnerisch- mathematische Fähigkeiten, oder Fachwissen in Geographie und Geschichte. *Fluide Intelligenz* hingegen zeigt sich vor allem in Tests, bei denen Anpassungsvermögen an neue Situatioen und der Umgang mit dem Unbekannten eine wichtige Rolle spielen, während kristalline Intelligenz in solchen Testsituationen keine weiteren Vorteile bringt. Bei einer „klassischen“ Messung von IQ- Werten wurden von Catell $12 - 16$ Punkte für kristalline, und $24 - 25$ Punkte für fluide Intelligenz verrechnet. Erstere sei vor allem durch die Kultur, letztere durch biologische Faktoren determiniert. g_f und g_c sind auch vom Alter einer Person abhängig: Während g_f einen frühen Höhepunkt im Alter von $14 - 15$ Jahren erreicht und dann abfällt, wächst g_c bis zu einem Alter von 18 Jahren, oder sogar bis jenseits eines Alters von 28 Jahren in Abhängigkeit von kulturellen Faktoren. (Cattell, 1963)

1.3. Sternbergs „Triarchic Theory of Intelligence“

Sternberg definiert Intelligenz als
„[...] the ability to achieve success in life in terms of one‘s personal standards, within one‘s sociocultural context. Thus, intelligence is largely with respect to one‘s own goals rather than some set of standardized, prefabricated goals on wich “one‘s size fits all“. “ (Robert J. Sternberg, 2003, S. 55f).

Nach Sternberg sind sowohl analytisches und praktisches wie auch kreatives Denken entscheidend für die sogenannte „Erfolgsintelligenz“. Darunter werden bestimmte Eigenschaften einer Person, die zum beruflichen Erfolg beitragen, wie beispielsweise initiativ zu sein, sich selbst zu motivieren oder seine Impulse zu kontrollieren, verstanden. Aus der Theorie der Erfolgsintelligenz entwickelte sich die triarchische Theorie. Triarichisch wird Sternbergs Theorie deshalb genannt, weil sie drei Subtheorien enthält:

i) Die **Componential Subtheory**: Sternberg postuliert unterschiedliche Komponenten, welche der menschlichen Intelligenz zugrunde liegen: *Metacomponents*, *Performance Components* und *Knowledge Acquisition Components*.

   - Insgesamt konnte Sternberg sieben unterschiedliche Metakomponenten (*Metacomponents*) identifizieren. Darunter fallen neben dem Erfassen der Problematik einer Aufgabe oder Situation, dem Entscheiden über die Verteilung der Aufmerksamkeit und dem Einbinden von Feedbackinformationen das Auswählen...

     – ... kognitiver Komponenten niedrigerer Ordnung, mit deren Hilfe das Problem gelöst werden soll

     – ... einer oder mehrerer Darstellungen oder Organisationen der gegebenen Informationen

     – ... einer Strategie die Komponenten niedrigerer Ordnung zu kombinieren.

Metakomponenten sind daher ausführende Prozesse höherer Ordnung, die für die Planung, für das Fällen von Entscheidungen, für die Beobachtung und Überwachung des Fortschrittes sowie für die Evaluation zuständig sind.

- Zu den Performance- Komponenten (*Performance Components*) zählt Sternberg das Enkodieren von Informationen, den Vergleich und das Kombinieren dieser Informationen und das Antwortverhalten. Die Performanzkomponenten sind wichtig für die Aus- und Durchführung vieler verschiedener Strategien zur Lösung unterschiedlicher Aufgaben.

- Bei den Komponenten zum Erwerb neuen Wissens (*Knowledge Acquisition Components*) unterscheidet Sternberg das selektive Enkodieren, welches zur Unterscheidung wichtiger und unwichter Informationen dient, das selektive Kombinieren, welches relevante Informationen so zueinander in Beziehung setzt, dass ein sinnvolles Ganzes entsteht, und das selektive Vergleichen alter und neuer Informationen.

Wie oben bereits erwähnt, geht Sternberg davon aus, dass sich Intelligenz aus kreativen, analytischen und praktischen Denkanteilen zusammensetzt. Verlangt eine bestimmte Situation oder Problemstellung eher analytisches Denken, sind Fähigkeiten wie beispielsweise Abstraktion gefragt. Beim kreativen Denken sind Fähigkeiten gefordert, die es ermöglichen mit neuen, unbekannten Situationen und Aufgaben umzugehen und neue Ideen zu generieren. Der praktische Aspekt der Intelligenz dient dazu, sich an eine sich ständig verändernde Umgebung anzupassen oder auf sie einzuwirken. Alle eben genannten Fähigkeiten, und weitere mehr, entstehen durch eine Interaktion von Meta- und Performanzkomponenten sowie Komponenten zum Erwerb neuen Wissens.(siehe Robert J. Sternberg, 2003 und Sternberg, 1984)

ii) Die **Experiential Subtheory** beinhaltet zum Beispiel die Fähigkeit mit neuen Situationen und Problemen umzugehen sowie die Fähigkeit die Verarbeitung von Informationen zu automatisieren. Durch das Automatisieren bestimmter Denkprozesse können andere Denkprozesse, die im selben Moment stattfinden, entlastet werden. Robert J. Sternberg (2003) nennt hier das Lesen als ein Beispiel, bei dem viele komplexe Denkprozesse gleichzeitig involviert sind, wobei eine große Anzahl dieser Prozesse automatisiert wird. Ein Exempel für den Umgang mit neuen Situationen und Herausforderungen wäre der Auslandsaufenthalt.

iii) Die **Contextual Subtheory** beschreibt die Fähigkeit sich an das gegebene Umfeld anzupassen, falls möglich das Umfeld nach den eigenen Bedürfnissen zu verändern oder sich ein bevorzugtes Umfeld auszusuchen. Robert J. Sternberg (2003) gibt auch hierzu ein Beispiel an: Wenn eine Person beispielsweise unglücklich verheiratet ist, und eine Adaption an die gegebenen Umstände der Beziehung für diese Person nicht mehr möglich ist, kann sie sich notfalls vom Partner, der Partnerin scheiden lassen. Es könnte aber auch sein, dass die betroffene Person sehr stark an ihre Religion gebunden ist oder, dass gemeinsame Kinder eine wesentliche Rolle spielen. In diesen Fällen kommt eine Scheidung wahrscheinlich nicht infrage. Die Umstrukturierung der Beziehung zum Partner, der Partnerin und damit die Veränderung des Umfeldes den eigenen Bedürfnissen wäre hier eine Möglichkeit.

In „The Nature of Mathematical Thinking“ illustriert Sternberg mathematisches Denken anhand seines triarchischen Modelles (Sternberg, 1996):
Unter Komponenten mathematischen Denkens, im Sinne der ersten Subtheorie (siehe i), fallen beispielsweise kognitive Prozesse, die relevant für das Problemlösen einer mathematischen Aufgabe sind. Dabei wird zwischen Prozessen, welche für die gedankliche Repräsentation eines mathematischen Problems und Prozessen, welche für die Lösung dieses Problems verantwortlich sind, unterschieden. Erstere treten dann auf, wenn es um dein Verständnis des Problems oder der Aufgabe geht, letztere, wenn Aktionen gesetzt werden, um die Aufgabe, das Problem zu lösen. Richard E. Mayer et al. (1996) geben vier Denkprozesse (Komponenten), welche für mathematisches Problemlösen zuständig sind, an: *Translating* und *Integrating* sind Komponenten, die beim Verstehen des Problems und beim Übersetzen des Problems in eine mathematische Sprache involviert sind. *Planning* und *Executing* sind Prozesse zur Planung von Lösungsstrategien und zur Ausführung dieser Strategien. Im Folgenden sollen

die Prozesse nach Mayer kurz anhand eines Beispieles von Leikin et al. (2009a, S.119) erläutert werden:

Halbe Zeit- halber Weg Problem:

Dan und Moshe gehen von der Zugstation zum Hotel. Sie starten beide zum gleichen Zeitpunkt. Dan geht die Hälfte der Zeit mit einer Geschwindigkeit v_1 und die andere Hälfte der Zeit mit einer Geschwindigkeit v_2; $v_1 > v_2$. Moshe geht die Hälfte des Weges mit der Geschwindigkeit v_1 und die andere Hälfte des Weges mit der Geschwindigkeit v_2. Wer von den Beiden wird das Hotel zuerst erreichen?

Algebraische Lösung des Halbe Zeit- halber Weg Problems:

Translating: Diese Komponente ist beim Konstruieren einer mentalen Darstellung der einzelnen, in diesem Problem enthaltenen, Aussagen von Bedeutung. Für das konkrete Beispiel wurden diese Teilaussagen mit Hilfe mathematischer Ausdrücke in der Tabelle 1.1 zusammengefasst.

Tab. 1.1.: Tab 1:Halbe Zeit- halber Weg Problem

	Zeit	Geschwindigkeit	Weg
Moshe			
halber Weg	?	v_1	$\frac{s}{2}$
halber Weg	?	v_2	$\frac{s}{2}$
Dan			
halbe Zeit	$\frac{y}{2}$	v_1	?
halbe Zeit	$\frac{y}{2}$	v_2	?

Integrating: Die einzelnen Teilaussagen der Aufgabe werden nun in Beziehung zueinander gesetzt, sodass eine gedankliche Darstellung des in der Aufgabe skizzierten und zu lösenden Problems entsteht. Im gegebenen Beispiel gehören dazu Überlegungen zur Berechnung von Zeit und Weg, die Moshe bzw. Dan zurücklegen müssen (siehe Tabelle 1.2). Erst wenn Klarheit über die Beziehungen der einzelnen Teilaussagen und somit der Aufgabenstellung im Ganzen herrscht, kann eine Lösung des Problems überlegt werden.

Tab. 1.2.: Tab 2:Halbe Zeit- halber Weg Problem

	Zeit	Geschwindigkeit	Weg
Moshe			
halber Weg	$\frac{s}{2v_1}$	v_1	$\frac{s}{2}$
halber Weg	$\frac{s}{2v_2}$	v_2	$\frac{s}{2}$
Dan			
halbe Zeit	$\frac{y}{2}$	v_1	$v_1\frac{y}{2}$
halbe Zeit	$\frac{y}{2}$	v_2	$v_2\frac{y}{2}$

Planning: Nun wird eine Strategie zur Lösung des Problemes zurechtgelegt. In diesem Fall wurde das Beispiel algebraisch gelöst, indem mathematische Formeln zur Berechnung der Gehzeiten von Moshe und Dan gefunden und miteinander verglichen wurden. Eine andere Strategie wäre es beispielsweise gewesen, das Problem graphisch zu lösen (siehe Abschnitt 2.5).

Executing: Der letzte Schritt besteht im Ausführen der gewählten Strategie. In der gegebenen Aufgabe werden zur Ausführung der zuvor überlegten Lösungsschritte z.B. Kenntnisse über das Rechnen mit Bruchtermen benötigt:

$x-$ Gehzeit Moshe:

$$x = \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2} \Rightarrow x = \frac{s \cdot (v_1 + v_2)}{2v_1 \cdot v_2}$$

$y-$ Gehzeit Dan:

$$s = v_1 \cdot \frac{y}{2} + v_2 \cdot \frac{y}{2} \Rightarrow y = \frac{2s}{v_1 + v_2}$$

Vergleich der Gehzeiten $x = \frac{s \cdot (v_1+v_2)}{2v_1 \cdot v_2}$ und $y = \frac{2s}{v_1+v_2}$ von der Zugstation zum Hotel:

$$\begin{aligned} 0 \leq (v_1 - v_2)^2 &\Leftrightarrow 4 \cdot v_1 \cdot v_2 \leq (v_1 + v_2)^2 \\ &\Leftrightarrow \frac{2s}{v_1 + v_2} \leq \frac{s \cdot (v_1 + v_2)}{2v_1 \cdot v_2} \end{aligned}$$

(Nach dem „Half time- half way example“ aus Leikin et al., 2009b, S. 118f)

Nach der zweiten Subtheorie, der Contextual Subtheory (siehe iii), sind Teile unserer Intelligenz dafür verantwortlich, dass der Mensch seine Umwelt bis zu einem gewissen Grad selbst wählen, sich an die Umwelt anpassen beziehungsweise auf sie einwirken kann. Dieser Sachverhalt trifft auch auf die Mathematik zu: Durch mathematische Kenntnisse fällt es dem Menschen leichter, sich in einer modernen Gesellschaft zurechtzufinden. Ohne diese Kenntnisse wäre es schwierig in der heutigen Welt einfache alltägliche Handlungen, wie den Umgang mit dem eigenen Bankkonto oder das Lesen einer Statistik in der Zeitung, auszuführen.
Denkprozesse der dritten Subtheorie (siehe ii) ermöglichen neue mathematische Erkenntnisse und helfen beispielsweise den Schülerinnen und Schülern für sie noch unbekannte Themengebiete der Mathematik zu erlernen, zu entdecken und zu begreifen. Damit enthält mathematisches Denken, als ein Anwendungsgebiet von Intelligenz auch kreative, analytische und praktische Denkanteile.

1.4. Die „Three Stratum“- Theorie von Carroll

Carroll (1993) untersuchte in einer umfangreichen Meta- Analyse mehr als 480 Studien zwischen 1930 und 1985. Ziel war es, Anzahl und Zusammenhang verschiedener, aus diesen Studien entnommener Intelligenzfaktoren herauszufinden. Dazu wurden die Korrelationen der Tests von Carroll einer gemeinsamen hierarchischen Faktorenanalyse unterzogen. Das Ergebnis ist ein Intelligenzmodell, unterteilt in drei verschiedene Schichten (siehe Abb. 1.1):
Auf Stratum I stehen ungefär 65 sehr spezifische Einzelfaktoren, wie z.B. Gedächtnisspanne, lexikalisches Wissen, Reaktionsgeschwindigkeit usw. Diese wurden wegen

ihrer Korreliertheit in acht weitere Faktoren zusammengefasst, die der Stratum II Ebene angehören. An höchster Stelle, Stratum III, steht ein übergeordnete Faktor der Allgemeinen Intelligenz im Sinne Spearmans, „g“ (siehe Abschnitt 1.2). Carroll (1996, S. 3-27)

1971 testeten Julien C. Stanley, Lynn H. Fox und Daniel P. Keating in einer Studie zur Erkennung früher Begabungen in Mathematik („Study of Mathematically Precocious Youth, SMPY“) Schülerinnen und Schüler unter 13 Jahren mit dem mathematischen Teil des „College Board Scholastic Aptitude Test“, kurz (SAT-M). Der SAT Test wurde ursprünglich für ältere Schülerinnen und Schüler entwickelt und stellt in den USA noch heute ein Kriterium für die Studienplatzvergabe dar. Dieser Test misst hauptsächlich den allgemeinen Intelligenzfaktor „g“. (Stanley, 1997) Nach einer aktuelleren Auffassung repräsentiert der Faktor „g“ die maximale Komplexität bzw. Schwierigkeit von Aufgaben, welche eine Person mit einem bestimmten Level „g“ lösen kann. Beispiele von Personen mit außergewöhnlichen intellektuellen Fähigkeiten, aber einem mittelmäßigen bis guten „g“- oder IQ- Wert, z.B. Richard Feynman, relativieren diese Ansicht allerdings (für den Zusammhang zwischen dem allgemeinen Intelligenzfaktor „g“ und dem IQ siehe beispielsweise Goldstein et al., 2014, S.330). Eine andere Interpretation von „g“ legt nahe, dass dieser Faktor die allgemeine Fähigkeit zum Lernen und Anwenden von Wissen widerspiegelt.Carroll (1996, S.3-27) Schülerinnen und Schüler, die bei der SMPY- Studie besonders hohe Scores erzielten, hatten anschließend die Möglichkeit an speziellen Programmen zur Förderung ihrer mathematischen Begabung teilzunehmen. Die Erfolge sprachen für sich: Ein Kind erreichte mit sieben Jahren einen SAT- M Score von 540 und schloss den PhD in Mathematik an der Havard University mit 21 Jahren ab. Ein anderers Schulkind erreichte mit 12 Jahren einen SAT- M Score von 800 und schloss den PhD in Physik mit 25 Jahren am MIT ab. (Stanley, 1997) Im Gegensatz dazu hat sich gezeigt, dass Menschen mit niedrigen IQ- Werten Schwierigkeiten mit elementaren arithmetischen Aufgaben haben.

Auf der Stratum II Ebene ist es *fluide Intelligenz*, welche, neben anderen Faktoren, logisches und quantitatives Denken repräsentiert. *Fluide Intelligenz* scheint einen Hauptaspekt mathematischen Denkens auszumachen. Denkprozesse dieser Art können nach der Three Stratum- Theory weiter in *Induction (I), General Sequential*

Reasoning (RG), Quantitative Reasoning (RQ) und sogenannten *Piagetian Reasoning (RP)* unterteilt werden (siehe Abb. 1.1). Aufgaben aus Tests zum induktiven Denken bestehen aus einer Menge von Stimuli, denen ein bestimmtes Muster, eine bestimmte Regel oder ein anderes gemeinsames Charakteristikum zugrunde liegt. Aufgabe der Testperson ist es nun, dieses gemeinsame Charakteristikum herauszufinden. Ein bekanntes Verfahren zur Messung *fluider Intelligenz* im Sinne Cattells (siehe Abschnitt 1.2), und im Speziellen zur Messung induktiven Denkens, stellt der Ravens Matrizenstest dar. *Quantitative Reasoning (RQ)*, ebenfalls ein Faktor *fluider Intelligenz*, wird durch Tests gemessen, in denen zum Beispiel die Vervollständigung von Zahlenfolgen oder die Wahl einer passenden arithmetischen Operation gefragt sind. Personen mit einer ausgeprägten Fähigkeit zum logischen Denken neigen dazu, schneller beim Lösen mathematischer Aufgaben zu sein (*Speed of Reasoning*- Faktor).

Kristalline Intelligenz umfasst nach Carroll vor allem Fähigkeiten in Bezug auf Sprache, beispielsweise Leseverständnis, Sprachflüssigkeit und dergleichen mehr. Die Fähigkeit mathematische Probleme, welche in Textform vorliegen, zu lösen, hängt z.B. vom Faktor V ab. Der Faktor V umfasst verbale Fähigkeiten der geschriebenen und gesprochenen Sprache. Ein weiterer Faktor der *kristallinen Intelligenz*, der Faktor *Number (N)*, steht für das Ausmaß an Können einer Person im Umgang mit Zahlen. Er wird vor allem durch Tests gemessen, bei denen die Anwendung der Grundrechnungsarten (Addition, Subtraktion, Division und Multiplikation) auf der Menge der ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$ gefragt ist.

Unter die Komponenten für Gedächtnis und Lernen (*General Memory and Learning*) fallen Faktoren wie Gedächtnisspanne, assoziatives Gedächtnis, Lernfähigkeit usw.. Dabei könnte das assoziative Gedächtnis nicht nur zum Erlernen des Vokabulars einer Fremdsprache wichtig sein, sondern möglicherweise auch zum Erlernen beispielsweise einer mathematischen Formel oder Gleichung.

Personen mit besonders hohem räumlichen Vorstellungsvermögen ergreifen öfters Berufe im Ingenieurswesen, im Bereich der Physik, aber auch im Bereich der Mathematik. Solche Fähigkeiten sind im „Three Stratum“- Modell unter dem Faktor der visuellen Wahrnehmung (*General Visual Perception*) subsummiert. Es wird vermutet, dass sich Defizite beim Lösen von Aufgaben zum räumlichen Denken auf mathematische Aufgaben mit ähnlichen Anforderungen übertragen. Allerdings können diese Defizite durch andere Strategien, die nicht auf visueller Wahrnehmung beruhen, wie dem logischen Analysieren eines Problems, ausgeglichen werden.

Broad Retrieval Ability repräsentiert die Fähigkeit sich an bereits gelernte Inhalte zu erinnern. Der Faktor beinhaltet neben Wortflüssigkeit, Konzept-, und Namensflüssigkeit auch Originalität und Kreativität. Ob diese Fähigkeiten mit mathematischer Kreativität zusammenhängen ist noch nicht geklärt. (Carroll, 1996, S. 3-27)

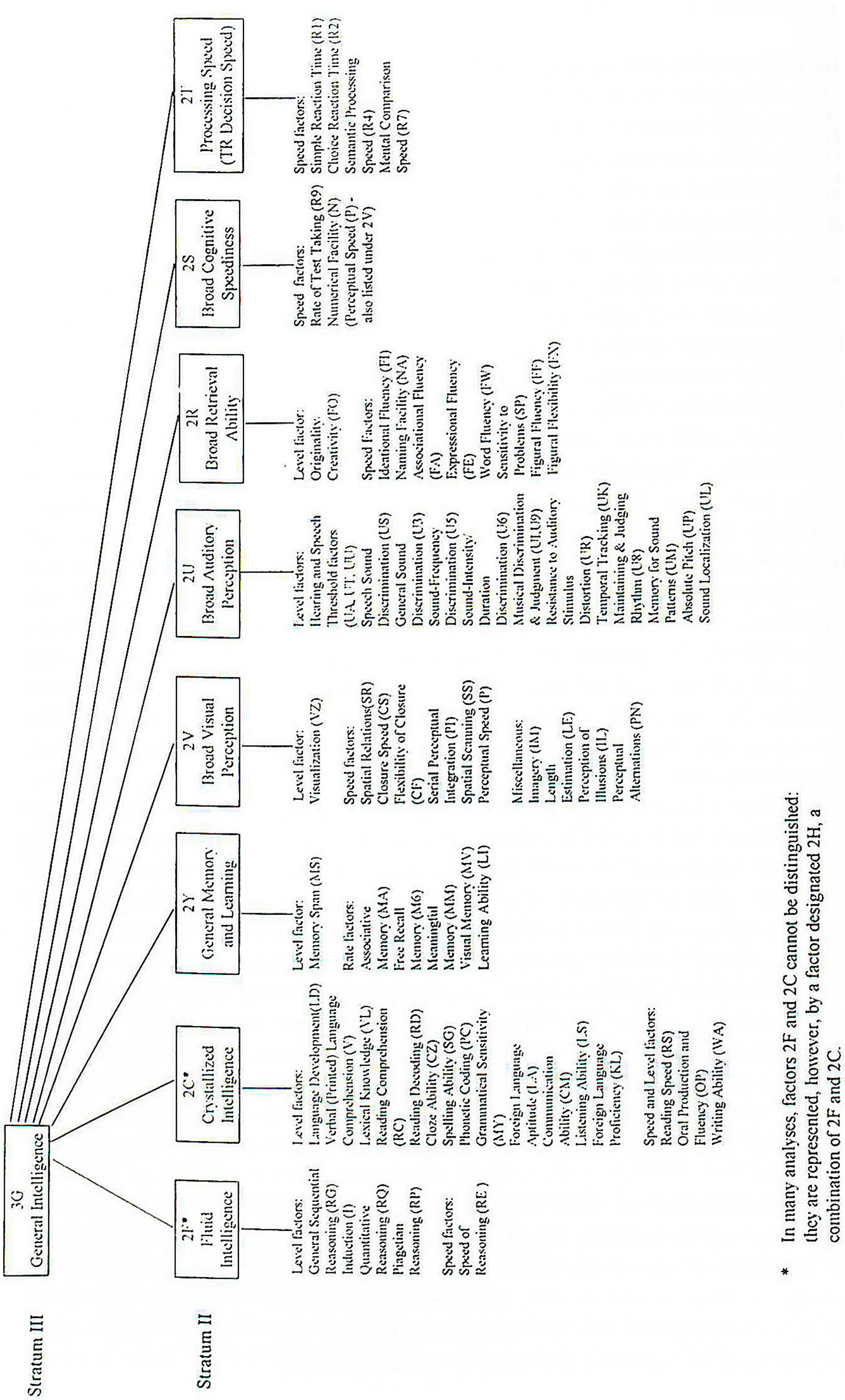

Abb. 1.1.: Three Stratum Theory- Intelligenzmodell nach Carroll (Carroll, 1993)

2. Kreativität

2.1. Einleitung

Wie im Kapitel 1 zur Intelligenz wurden auch hier wieder einzelne Modelle der Kreativität ausgewählt. Theorien von Wallas, Poincaré, Guilford und Torrence bilden eine Einführung in wichtige Konzepte und Begriffe der Kreativitätsforschung. Guilford's Modell war ursprünglich ein Intelligenzmodell, trug aber bedeutend zur Kreativitätsforschung bei und ist deshalb in diesem Kapitel zu finden. Die Kreativitätstests von Guilford und Torrance bildeten eine wichtige Vorlage für weitere Theorien und Testverfahren zur Kreativität. Die vier Phasen eines kreativen Prozesses nach Wallas finden sich indirekt, in ihrer ursprünglichen oder in einer abgewandelten Form, in vielen anderen Arbeiten zur Kreativität wieder (siehe z.B. Kapitel 2.4, 2.5 oder Sriraman (2009)). Mit Ervynck (1991) „Stages of Development of Mathematical Creativity“ und der Analyse mathematischer Begabung von Leikin et al. (2009a) werden zwei Ansätze, Kreativität im Bereich der Mathematik zu erfassen, vorgestellt. Am Ende dieses Kapitels soll eine Zusammenfassung des Kreativitätskonzeptes von Urban (2004) erste Einblicke in die Hintergründe zum „Test zum schöpferischen Denken- Zeichnerisch“ (TSD- Z) ermöglichen.

2.2. Wallas & Poincaré

Wallas (1926) nahm vier Stufen eines kreativen Prozesses an: Präparation, Inkubation, Illumination und Verifikation. Seine Theorie basierte, neben der Analyse von

Schriften vieler unterschiedlicher Autoren, zu großen Teilen auf einer Rede des deutschen Physikers und Physiologen Hermann Helmholtz und auf einem Bericht des französischen Mathematikers und Physikers Henri Poincaré. Letzterer versuchte in seinem Aufsatz „L'Invention Mathématique" („Erfindung Mathematik"), erschienen 1908 in der Zeitschrift *L'Enseignement Mathématique* (siehe Poincaré, 1908), den Prozess bis zum Erlangen mathematischer Erkenntnis zu ergründen und zu illustrieren.

- **Präparation:** Die Phase der Präparation beschreibt das bewusste, willentliche und regulierte Arbeiten an einem Problem. Es handelt sich um eine Phase der Auseinandersetzung mit dem Problem, dabei werden wichtige Informationen zur Thematik eingeholt.
  „Seit vierzehn Tagen mühte ich mich ab, zu beweisen, daß es keine derartigen Funktionen gibt, wie doch diejenigen sind, die ich später Fuchssche Funktionen genannt habe;[...]" (Henri Poincaré in Ulmann, 1973, S. 219-229)

- **Inkubation:** In dieser Phase findet das Nachdenken über ein Problem weder bewusst noch willentlich statt. Während anderweitiger kognitiver Beschäftigungen, z.B. dem Arbeiten an einem anderen Problem oder dem Ausüben von Hobbies sowie dem Müßiggang, arbeiten unbewusste, unwillentliche Prozesse im Hintergrund am eigentlichen, ursprünglichen Problem weiter. Wallas war der Ansicht, erstere Form der Inkubation (die Beschäftigung mit einem anderen Problem) wäre für weniger anspruchsvolle Arten kreativer Gedanken effektiver, bei anspruchsvoller kreativer Arbeit sei dagegen die zweite Form der Inkubation (Hobbies, Müßiggang) vorzuziehen.
  „Die Wechselfälle der Reise ließen mich meine mathematischen Arbeiten vergessen; nach der Ankunft in Coutances stiegen wir zu irgendeiner gemeinsamen Fahrt in einen Omnibus; als ich den Fuß auf das Trittbrett setzte,[...]" (ebd. in Ulmann, 1973, S. 219-229)

- **Illumination:** Diese Phase ist durch einen augenblicklichen, unerwarteten Geistesblitz, eine Erkenntnis gekennzeichnet. In modernerer Literatur wird dieser Moment auch als „Aha- Erlebnis" oder „Aha- Effekt" bezeichnet (siehe

beispielsweise Liljedahl, 2005)
„[...] als ich den Fuß auf das Trittbrett setzte, kam mir, ohne daß meine Gedanken irgendwie darauf vorbereitet waren, die Idee, daß die Transformationen, welche ich zur Definition der Fuchsschen Funktionen benutzte, mit gewissen Transformationen der nichteuklidschen Geometrie identisch seien.“(ebd. in Ulmann, 1973, S. 219- 229)

- **Verifikation:** Gleich wie in der Phase der Präparation wird auch in dieser Phase bewusst und kontrolliert an dem Problem gearbeitet. Die dem „Aha-Erlebnis“ zugrunde liegende, vermeintliche Erkenntnis wird ausformuliert und auf ihre Richtigkeit hin überprüft.
  „Nach Cean zurückgekehrt, verfizierte ich das Resultat zur Beruhigung meines Gewissens.“(ebd. in Ulmann, 1973, S. 219- 229)

2.3. Guilfords „Structure of Intellect“ Modell

Ein wichtiger Antrieb für die Kreativitätsforschung in Amerika war Guilfords Presidental Address mit dem Titel „Creativity“, den er 1950 für die American Psychological Association hielt. Er betonte in diesem Vortrag unter Anderem die Wichtigkeit von Kreativität in einem sozialen, gesellschaftlichen Kontext:
„The enormous economic value of new ideas is generally recognized. One scientist or engineer discovers a new principle or develops a new process that revolutionizes an industry, while dozens of others merely do a passable job on the routine tasks assigned to them.[...]The most common complaint I have heard concerning our college graduates in these positions is that while they can do assigned tasks with a show of mastery of the techniques they have learned, they are much too helpless when called upon to solve a problem where new paths are demanded.“ (Guilford, 1950, S.446)
Für Guilford sind es verschiedene *Traits* (situationskonsistente, stabile Verhaltensdispositionen), die den kreativen Aspekt einer Persönlichkeit ausmachen. Seiner Hypothese zufolge sind bestimmte primäre Fähigkeiten einer Person bezeichnend für Kreativität, nämlich Problemsensitivität (*sensitivity for problems*), Ideenflüssigkeit

(*fluency*), Originalität (*ideational novelty*), Flexibilität (*flexibility of mind*), Komplexität (*span of ideational structure*), Synthese und Analyse (*synthesizing and analyzing ability*), Redefinition (*reorganization or redefintion*) und Evaluation (*evaluation*). **Problemsensitivität** bezieht sich auf das Wahrnehmen, Erkennen von Problemen. Sensitive Personen vermuten (in einem gegebenen Kontext) wahrscheinlich eher ein Problem, als weniger sensitive Personen. **Ideenflüssigkeit** bezieht sich auf die Fähigkeit in einer bestimmten Zeit eine bestimmte Anzahl verschiedener Ideen zu generieren. **Flexibilität** dagegen ist die kognitive Fähigkeit gewohnte Denkschemata zu verlassen, in unterschiedlichen Kategorien zu denken oder Informationen neu zu kombinieren. Die Fähigkeit Ideen mit einem bestimmten Seltenheitswert zu produzieren fällt unter **Originalität**.
Komplexität meint die Fähigkeit des Individuums in vielschichtigen Strukturen zu denken. Diese könnte mit der Fähigkeit zur **Synthese** zusammenhängen, also der Fähigkeit Ideen so zu organisieren, dass größere Schemata und Denkmuster entstehen. Als Pendant dazu kann die **Analyse** gesehen werden. Umdenken, das Betrachten eines Objektes aus einer anderen Perspektive, die Neuinterpretation von Altbekanntem findet sich in der Komponente **Redefinition und Reorganisation** wieder. **Evaluation** schließlich ist notwendig, um die gefundenen Ideen auf ihre Brauchbarkeit zu überprüfen.
Guilford geht davon aus, dass diese *Traits*, in unterschiedlichem Ausmaß und Verhältnis, in jeder Person angelegt sind und sich im Verhalten der Person manifestieren. Kreative Produktivität im alltäglichen Leben hingegen ist vor allem abhängig von Temperament und motivationalen Aspekten. (Guilford, 1950)
Sein „Structure of Intellect“- Modell diente Guilford als Basis zur Entwicklung von Kreativitätstests mit divergentem Denken als Schwerpunkt. Das Modell beschreibt Input-, Operations- und Output- Variablen. Die Dimension Inhalt (Inputvariable) ist in die Kategorien Figural (F), Symbolisch (S), Semantisch (M) und Verhalten (B) aufgeteilt. Zu den Operationen zählen die Kategorien Kognition (C), Gedächtnis (M), divergente Produktion (D), konvergente Produktion (N) und Evaluation (E). Kognition (C) beschreibt den Vorgang des Entdeckens, Wiederentdeckens und Wiedererkennens. Das Gedächtnis (M) dagegen bezieht sich auf den Gedächtnisspeicher, die Fähigkeit neugewonnene Informationen zu behalten. Bei der divergenten Produk-

tion (D) denkt eine Person in viele unterschiedliche Richtungen, um zu einer Lösung zu gelangen. Im Gegensatz dazu kann es bei der Suche nach einer bestimmten, „besten“ Lösung, also der konvergenten Produktion (N) sein, dass die anfangs gegebenen Informationen die Lösung eines Problems vollständig determinieren. Evaluation (E) ist notwendig, um Entscheidungen auf ihre Eignung, Qualität, Adäquatheit und Korrektheit zu überprüfen. Die Produkte sind dem Output gleichzusetzen und teilen sich in die Kategorien Einheiten (U), Klassen (C), Beziehungen (R), Systeme (S), Transformationen (T) und Implikationen (I). (Guilford, 1959; Amelang et al., 2010) Das Modell wurde als ein Quader, bestehend aus $4 \cdot 5 \cdot 6 = 120$ Teilquadern visualisiert (siehe Abb.2.1).
Guilfords Kreativitätstests dienten als Vorlage für viele andere Tests zur Kreativität. Ähnlich zu dem bekannten Testitem aus der Faktorengruppe DMU für divergentes Denken von Guilford, bei dem die Testpersonen unterschiedliche Anwendungen eines Backsteines nennen sollen, entwarf Torrance (1974, S.12) äquivalente Beispiele für seine „Tests of Creative Thinking“. Obwohl Guilford immer wieder auf die Wichtigkeit anderer kognitiver Faktoren für Kreativität, wie konvergente Produktion oder das Denken in Analogien hinwies (siehe z.B. Guilford, 1956), waren für die Kreativitätsforschung vor allem Komponenten divergenten Denkens von Interesse. Urban (2004) sollte einige Jahrzehnte später diese Verkürzung von Kreativität als divergentes Denken kritisieren (siehe Abschnitt 2.7). Das Modell von Guilford ist ein gutes Beispiel dafür, wie sehr Modelle der Intelligenz und Modelle der Kreativität sich gegenseitig beeinflussen oder sogar aus dem jeweils anderen resultieren. Auch wenn Guilfords „Structure of Intellect“- Modell aus heutiger Sicht als Intelligenzmodell ausgedient hat (Amelang et al., 2010; Stern et al., 2016), so hatte es doch einen bedeutenden Einfluss auf die nachfolgende Kreativitätsforschung.

2.4. Torrance

Traditionellerweise wurde Kreativität unter den Gesichtspunkten der vier P's, *Person, Process, Product* und *Press* (z.B. das Umfeld einer Person) betrachtet (Urban verwendete später auf eine ähnliche Art und Weise den Ansatz der vier P's, um

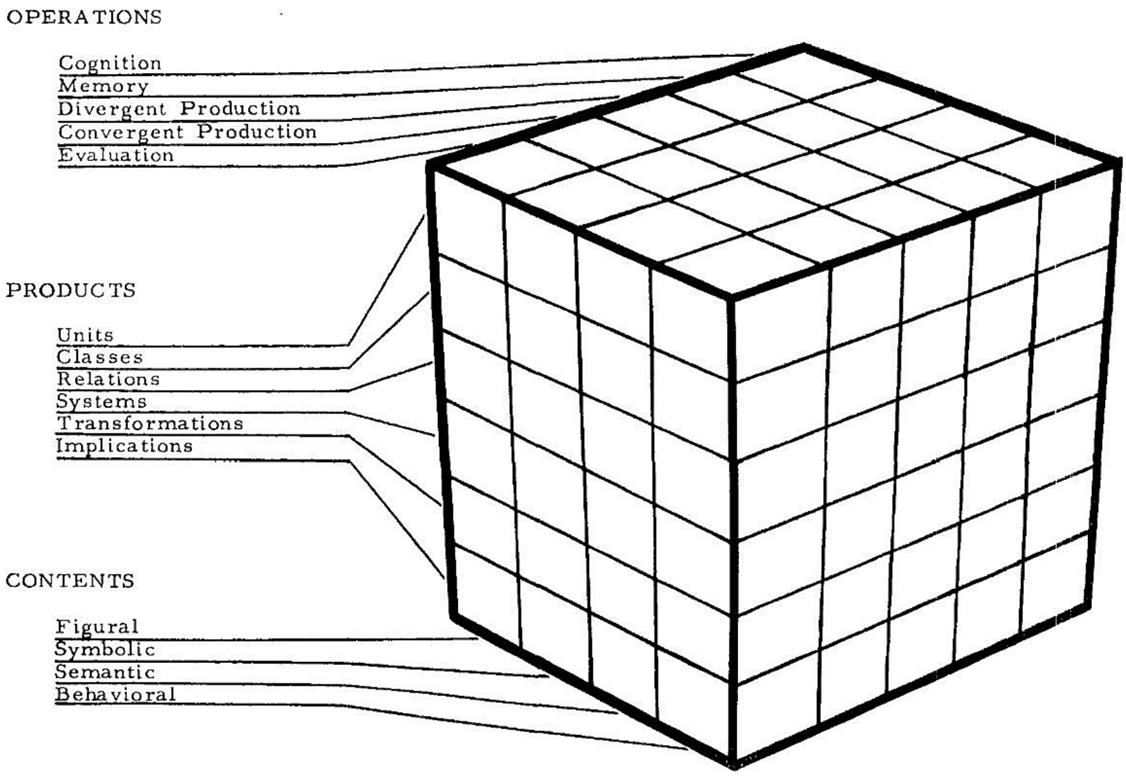

Abb. 2.1.: Structure of Intellect- Modell nach Guilford (aus Guilford, 1966, S. 21)

sein 4P-U-Modell zu definieren (siehe Abschnitt 2.7). Ausgangspunkt der Theorie von Torrence ist der kreative Prozess. Seinen Tests legte er folgende Definition von Kreativität zugrunde:

„[...]a process of becoming sensitive to problems, deficiencies, gaps in knowledge, missing elements, disharmonies, and so on: identifying the difficulty; searching for solutions, making guesses, or formulating hypotheses and possibly modifying and retesting them; and finally communicating the results.“ (Torrance, 1974, S.6)

Torrence begründete seine Entscheidung den Prozess in den Mittelpunkt seiner Überlegungen zu stellen, um damit herauszufinden, welche Attribute eine Person mit sich bringen muss, um als kreativ zu gelten, beziehungsweise wie die Umwelt den kreativen Prozess hemmen oder fördern kann und wie Produkte eines kreativen Prozesses beschaffen sind. Die oben gegebene Definition des kreativen Prozesses sollte es ermöglichen solche Fähigkeiten, Einflüsse und Merkmale zu definieren. Sie ist im Übrigen an die vier Stufen von Wallas angelehnt (siehe Abschnitt 2.2): Am Anfang steht die Wahrnehmung eines bestimmten Problems, danach schließt sich

die Phase der Präparation an, in der Tätigkeiten wie Lesen, Diskutieren und Erforschen im Vordergrund stehen. Viele mögliche Lösungen zu einem gegebenen Problem werden formuliert und einer kritischen Analyse unterzogen. Im Optimalfall ist das Ergebnis eine neue Idee, ein Gedankenblitz. (Torrance, 1993)
Die Testbattierien der „Torrance Tests of Creative Thinking“ bestehen aus den verbalen Formen A und B, welche z.B. *Ask-and-Guess Activities* oder *Unusual Uses Activities* beinhalten sowie figuralen Formen A und B, in denen sich beispielsweise eine *Incomplete Figure Activity* oder eine *Picture Construction Activity* finden lassen. Torrance versuchte die Tests so zu kreieren, dass sie möglichst gut den kreativen Prozess und gleichzeitig verschiedene Arten des kreativen Denkens abbilden. Obwohl die verbalen Tests A und B eine Abkehr von den Guilford'schen Kreativitätstests bedeuten, werden kreative Produkte, welche aus seinen Tests resultieren, nach den Kriterien der Guilford'schen Faktoren für divergentes Denken (*Fluency, Flexibility, Originality* und *Elaboration*) beurteilt. Kreativität kann sich natürlich auch in anderen Formen als der verbalen und figuralen, manifestieren.
Torrance war aber der Ansicht, dass Produkte, welche aus kreativen Prozessen entstehen, vorwiegend über diese Formen realisiert werden. Grund für seine Annahmen lieferten ihm Analysen, in denen er Gedankengänge kreativer Personen untersuchte. Sein Ziel war es, Gemeinsamkeiten in der Kreativität von Wissenschatftlern, Wissnschaftlerinnen Schriftstellern, Schriftstellerinnen oder anderen Künstlern und Künstlerinnen zu finden.(Torrance, 1974, S.2-16)

2.5. Ervynck's „Stages of Development of Mathematical Creativity“

Ervynck (1991) postuliert drei verschiedene Phasen mathematischer Kreativität, nämlich die technische, die algorithmische und die kreative Phase. Mathematische Kreativität findet nicht in einem Vakuum statt, sie verlangt einen bestimmten Kontext an vorhergehenden Erfahrungen. Ervynck geht davon aus, dass dieser Kontext aus einer Vorbereitungsphase besteht, in der sich das Individuum mit mathematischen Vorgehensweisen vertraut macht und diese verinnerlicht. Dadurch entwickelt sich ein Verständnis, ein „Gespür“ für die mathematische Materie, mit der sich das Individuum beschäftigt. Intuition kann jene Vorstellungskraft und Inspiration bewirken, mit Hilfe derer Lösungsideen entstehen. Solche Ideen sind am Anfang oft noch vage und nur skizzenhaft formuliert, sie müssen zuerst reflektiert und in eine formale, deduktive Struktur eingebettet werden. Im Folgenden sollen die drei Phasen nach Ervynck kurz beschrieben und mit unterschiedlichen Lösungen des „Halbe Zeit- halber Weg“- Problems (siehe Abschnitt 1.3) illustriert werden.

- **Die vorläufige, technische Phase (Phase 0):** In dieser Phase ist die ausführende Person eine Art „Handwerker“ und das mathematische Verfahren ein Werkzeug zum Erreichen erwünschter Ziele. Dabei werden die Verfahren selbst und ihr theoretischer Hintergrund als Teil der Mathematik weder reflektiert noch hinterfragt. Dennoch ist diese Phase als Voraussetzung für die folgenden Phasen sehr wichtig: Mathematische Operationen und Verfahren werden durch ihre Anwendung auf konkrete Problemstellungen Teil der kognitiven Struktur.

  Algebraische Lösung:

  Ein Lösungsweg, der zu dieser Phase passt, wurde bereits im Abschnitt 1.3 angegeben und besprochen. Das Problem wird mit Hilfe algebraischer Gleichungen modelliert und anschließend gelöst.

- **Die algorithmische Phase (Phase 1):** In der algorithmischen Phase werden einzelne Schritte mathematischer Verfahren, wie die Berechnung von Integralen, die Faktorisierung von Polynomen oder die Verwendung numerischer Methoden, genauestens durchdacht und explizit Schritt für Schritt angegeben. Im Gegensatz zur Phase 0 werden die angewendeten Verfahren als Teil einer ganzheitlichen Theorie wahrgenommen. Aktivitäten in der algorithmischen Phase dienen vor allem der Internalisierung: Die Vertrautheit mit den „Werkzeugen“ ermöglicht es, diese selbst als manipulierbare Objekte einer höheren Theorie zu betrachten und als solche in einem gegebenen Kontext zu reflektieren.

Grafische Lösung:

Der entscheidende Schritt bei der graphischen Lösung der „halbe Zeit- halber Weg" Aufgabe liegt in der Erkenntnis, dass sich die Personen Dan und Moshe mit konstanten Geschwindigkeiten v_1 und v_2 bewegen. Daher kann das Problem mit Hilfe linearer *Zeit- Weg Funktionen* modelliert werden. Das wiederum erfordert Kenntnisse über lineare Funktionen und ihre Darstellung als Funktionsgraf im kartesischen Koordinatensystem. (siehe Abb. 2.2)

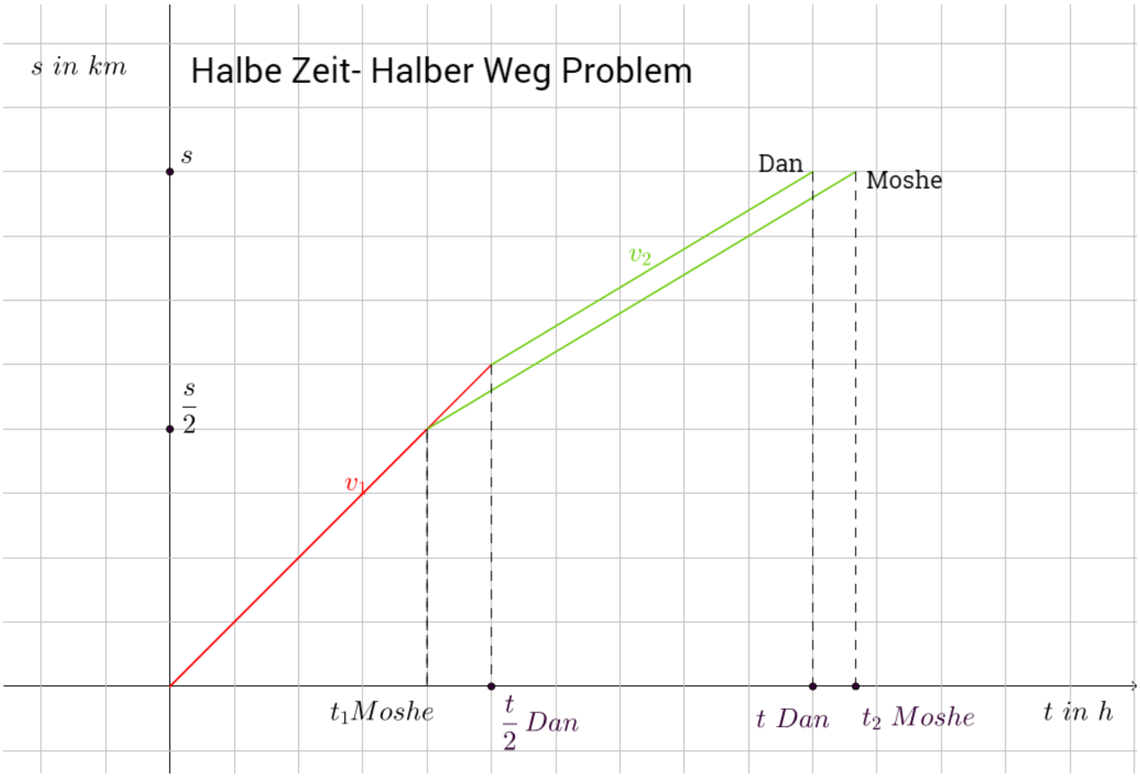

Abb. 2.2.: Grafische Lösung des Halbe Zeit- Halber Weg Problems (nach Leikin et al., 2009b, S. 119)

- **Die kreative, konstruktive, konzeptionelle Phase (Phase 2):** Mathematische Kreativität in dieser Phase bedeutet, nicht- algorithmische Entscheidungen zu treffen. Nicht- algorithmisch heißt, dass es keine algorithmischen, also keine vorgefassten Verfahren zur Lösung des Problems gibt. Eine Entscheidung in diesem Sinne markiert die Bildung eines neuen Denkmodelles und basiert fast immer auf einer großen Anzahl verschiedener Möglichkeiten. Solche Möglichkeiten umfassen beispielsweise die Wahl, einen neuen Begriff zu definieren oder ein neues Theorem anzugeben und zu beweisen. Letztere Möglichkeit beinhaltet wieder zwei kreative Schritte: Die Auswahl adäquater Hypothesen innerhalb einer größeren Theorie und die Deduktion des Theorems aus diesen Hypothesen. Für das Treffen einer nicht- algorithmischen Entscheidung ist es notwendig, dass alle oben genannten Möglichkeiten zuerst gedacht und dann formuliert werden.

Logische Lösung:

Diese Lösung des „halbe Zeit- halber Weg“ Problems beruht auf Intuition und der Erfahrung, dass jene Person, welche die größere Distanz mit der Geschwindigkeit v_1 ($v_1 > v_2$) zurücklegen kann, schneller am Ziel sein wird. Wenn also Dan die erste Hälfte der Zeit mit einer Geschwindigkeit v_1 zurücklegt, legt er damit eine größere Distanz als in der zweiten Hälfte der Zeit, in der er sich mit einer Gehgeschwindigkeit v_2 fortbewegt, zurück. Damit geht er insgesamt eine längere Distanz mit der Geschwindigkeit v_1 als Moshe, der die eine Hälfte des Weges mit der Geschwindigkeit v_1, und die andere Hälfte des Weges mit der Geschwindigkeit v_2 zurücklegt. Dan ist somit vor Moshe beim Hotel angelangt. (Leikin et al., 2009a, S. 119)

Tatsächlich erinnert Ervyncks Konzept sehr an die Beschreibungen von Poincaré und die vier Stufen von Wallas. Die Internalisierung mathematischer Verfahren und ihre Wahrnehmung als eigenständige Objekte innerhalb einer übergeordneten Theorie lassen sich der Präparationsstufe von Wallas zuordnen, in der sich das Subjekt willentlich mit einem bestimmten Problem und dessen Aspekten auseinandersetzt. Die Entwicklung von Intuition innerhalb eines Gebietes findet ebenfalls auf dieser Stufe statt. Auch Ervynck ist der Meinung, dass der mathematisch- kreative Prozess nicht einfach auf Abruf in Gang gesetzt werden kann, sondern dass es dazu Phasen der Entspannung und Inkubation im Sinne Wallas und Poincaré bedarf. Die Vorstellungskraft und Inspiration einer Person, die zu den gesuchten Resultaten führen, können dann der Stufe der Illumination zugeordnet werden. Gleich wie bei Wallas und Poincaré markiert bei Ervynck eine abschließende Reflektion der Ergebnisse in einem bestimmten Kontext das Ende des kreativen Prozesses.

Eine erste, vorsichtige Defintion mathematischer Kreativität formuliert Ervynck (1991, S. 47) wie folgt:

„Mathematical creativity is the ability to solve problems and/ or to develop thinking structures, taking account of the peculiar logico- deductive nature of the discipline, and of the fitness of the generated concepts to integrate into the core of what is important in mathematics.“

2.6. Problemlösekompetenz und mathematische Begabung

Leikin et al. (2009a) untersuchten die Beziehungen zwischen der Problemlösekompetenz einer Person und ihrer mathematischen Begabung. Als Komponenten *Allgemeiner Begabung* wurden, nach dem „Drei Ringe Modell von Renzulli“ (siehe Renzulli, 1978), Kreativität (*Creativity*), Motivation und Einsatz bei der Bewältigung von konkreten Aufgabenstellungen oder bei der Beschäftigung mit einem bestimmten Bereich (*Task Commitment*) und hohe intellektuelle Fähigkeiten (*above-average general abilities*) ausgewählt. Der Theorie von Renzulli zufolge ist die Interaktion aller drei Faktoren ausschlaggebend für Begabungen. Seinem Modell liegt die Annahme zugrunde, dass Intelligenz und Kreativität als unterschiedliche, interagierende Komponenten aufgefasst werden können. Im mathematischen Kontext werden hohe intellektuelle Fähigkeiten durch die Effektivität beim Lösen von Problemen präsentiert. Das Finden einer korrekten Lösung, die Anzahl zusätzlicher anderer passender Lösungswege und das Stellen von neuen Problemen und Fragen, die mit der Thematik in Verbindung stehen, sind Kennwerte der Effektivität. Die Motivation, sich mit einer bestimmten Aufgabe oder einem bestimmten Bereich zu beschäftigen, wird über gute Leistungen (auch wenn diese in unvorhersehbaren Situationen und ohne zusätzliche Hilfe von Außen erbracht wird), über die Tendenz unabgeschlossene Aufgaben zu vervollständigen, und über das Ausharren in Situationen, in denen die bisherige Erfahrung versagt, gemessen. Torrence unterscheidet drei Schlüsselkomponenten der Kreativität: Flüssigkeit, Flexibilität und Originalität (siehe Abschnitt 2.4).

Flüssigkeit im mathematischen Kontext entspricht der Anzahl der gegebenen Antworten zu einer gestellten Aufgabe (Lösungsansätze, unterschiedliche Lösungen oder formulierte Probleme, die mit der Aufgabe in Verbindung stehen).
Flexibilität bezieht sich auf offensichtliche Änderungen, beziehungsweise den Wechsel von Lösungsansätzen beim Finden einer Antwort auf ein gestelltes Problem.
Originalität gibt an, wie häufig eine bestimmte Antwort von unterschiedlichen Personen auf ein bestimmtes Problem gegeben wird. Je seltener eine Antwort gegeben wird, umso origineller ist sie.
Ähnliche Kriterien für Kreativität in der Mathematik nennt Linda Jensen Sheffield (in Sheffield, 2009, S. 97). Allerdings fügt sie der Flüssigkeit, der Flexibilität und der Originalität noch die Kriterien Verständnistiefe, Generalisierung (Muster, Schemata die bemerkt, angenommen oder für größere Kategorien verfiziert werden können), Elaboration und Eleganz beim Beschreiben von Gedanken und Extension (Fragen wie „Warum?“ und „Was wäre, wenn...?“, denen nachgegangen wird) hinzu. Allgemeine Begabung, wie sie hier beschrieben wurde, wird mit der Fähigkeit zur Abstraktion und mit der Fähigkeit komplexe Probleme zu lösen assoziiert. *Spezifische Begabung* dagegen beschreibt distinkte kognitive Fähigkeiten in einem bestimmten Bereich, zum Beispiel im Bereich Mathematik.
Für ihre Untersuchungen verwendeten Leikin et al. (2009a) sogenannte *Multiple- Solution Tasks*, also Aufgaben bei denen Studentinnen und Studenten den expliziten Auftrag hatten, mehrere Lösungen für ein Problem anzugeben. Der *Solution Space*, also der „Lösungsraum“ einer bestimmten Studentin, eines bestimmten Studenten, erfasst die Kriterien mathematischer Begabung beim Lösen der Aufgabe.

- Ein *Expert Solution Space* ist die größte Anzahl gefundener Lösungen zu einem bestimmten Problem in einer bestimmten Zeit. Beispielsweise bilden alle vorher besprochenen Lösungen zum „Halbe Zeit- Halber Weg“- Problem (siehe Abschnitte 1.3 und 2.5 sowie die skizzierten Lösungswege auf den Abbildungen 2.3 und 2.4 einen Expert Solution Space.

- Der *Individual Solution Space* ist eine Teilmenge der Lösungen des Expert Solution Space. Dieser spaltet sich in den *verfügbaren Lösungsraum* und den *potentiellen Lösungsraum* auf. Ersterer umfasst alle Lösungen, die ein Indivi-

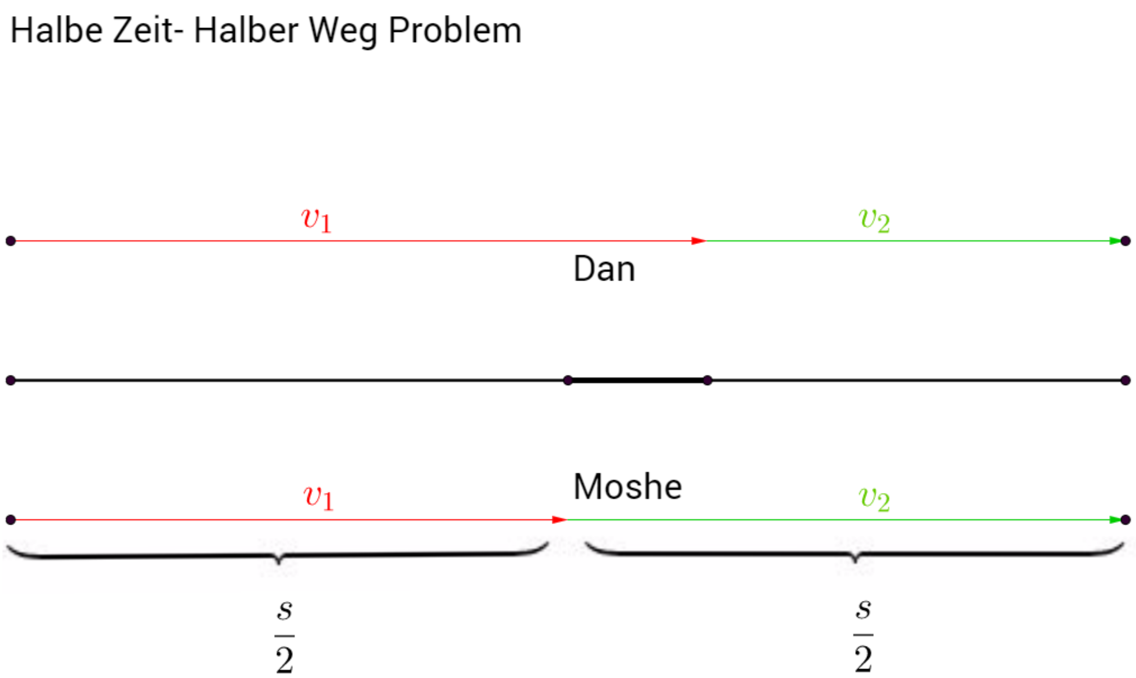

Abb. 2.3.: Veranschaulichung der logischen Lösung des Halbe Zeit- halber Weg Problems (nach Leikin et al., 2009a, S. 119)

duum ohne außenstehende Hilfe generieren kann, letzterer jene Lösungswege, die mit Hilfestellungen gefunden wurden.

- Der *Solution Space* kann auch nach konventionellen und unkonventionellen Lösungen klassifiziert werden. Konventionelle Lösungen sind solche, die beispielsweise häufig in der Schule erlernt werden, also Teil des Unterrichts sind. Bezogen auf das „Halbe Zeit- halber Weg“ Problem wäre die algebraische Lösung aus Abschnitt 1.3 eine konventionelle Lösung. Dagegen sind die logische Lösung aus dem Abschnitt 2.5 und die Lösung über die Flächen aus Abbildung 2.4 unkonventionelle Lösungen, die wahrscheinlich eher selten in der Schule unterrichtet werden. Die Lösungswege auf den Abbildungen 2.2 und 2.3 basieren zwar auf dem Lehrstoff der Schule, finden jedoch nicht so häufig Anwendung als mögliche Lösung.

Mit dem *Solution Space* als Basis und mit Hilfe der *Multiple Solution Tasks* konnten gegebene Lösungen nach bestimmten Kriterien klassifiziert und in weiterer Folge nach den Kriterien *Originality, Fluency* und *Flexibility* bewertet werden. Aus dieser Bewertung ergaben sich Scores für die Kreativität beim Lösen einer bestimmten

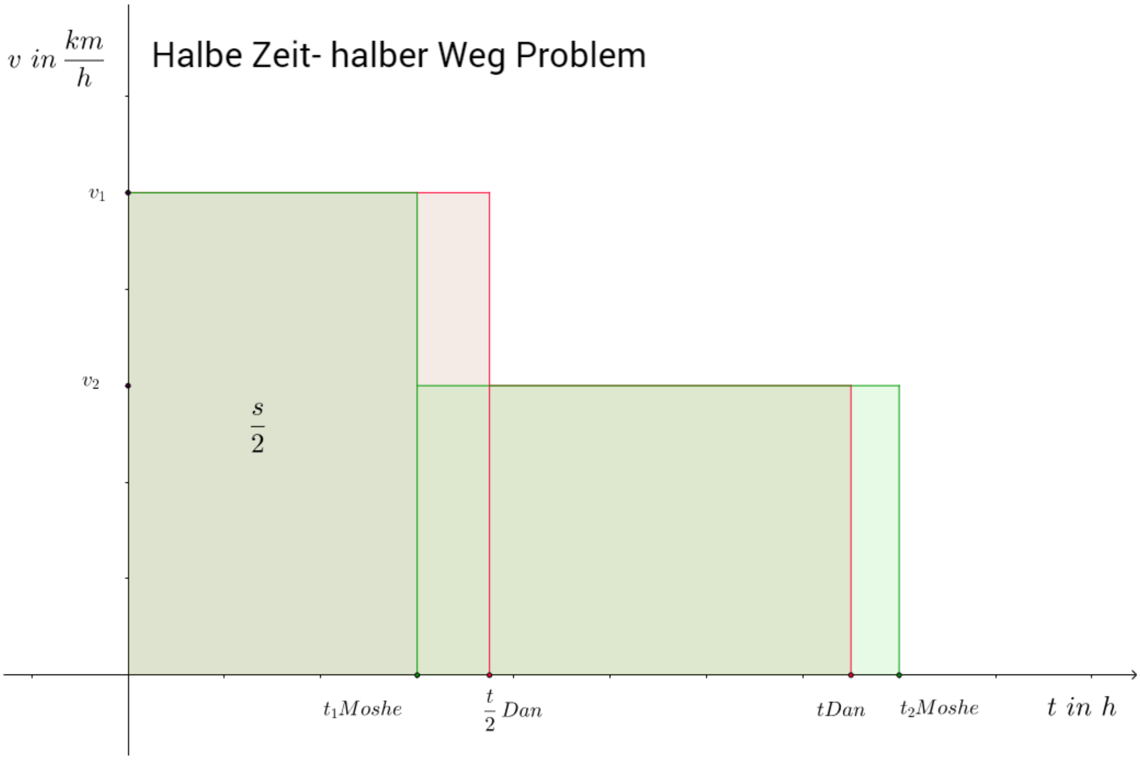

Abb. 2.4.: Lösung des Halbe Zeit- halber Weg Problems über Flächen (nach Leikin et al., 2009a, S. 119)

Aufgabe (*Creativity of a Particular Solution*) und die Kreativität in Bezug auf die Lösungen aller Aufgaben (*Total Creativity Score*).

2.7. Das 4P-U-Modell nach Urban

Urban (2004) versucht eine möglichst umfassende Definiton von Kreativtät zu geben. In seinem 4**P**-U- Modell werden das sensitiv wahrgenommene **P**roblem, der kreative **P**rozess, die kreative **P**erson und das resultierende **P**rodukt in Beziehung zueinander gesetzt. So hängt der kreative Prozess verständlicherweise nicht nur von der Person selbst, sondern auch von Merkmalen des wahrgenommenen Problems ab. Die Beschäftigung mit einem bestimmten Problem wiederum kann Lerneffekte zur Folge haben, welche auf die Persönlichkeit rückwirken. Für Urban steht die kreativ handelnde Person als Ganzes im Fokus der Aufmerksamkeit. Der kreative Prozess verläuft auf verschiedenen Ebenen der Informatinsverarbeitung und Bewusstheit und wird nicht nur unter dem Aspekt divergenten Denkens betrachtet (im

Gegensatz zu früheren Ansätzen der Kreativitätsforschung, beispielsweise Mainberger, 1977). Zusätzlich spielen auch soziale, kulturelle und historische Einflüsse, also die Micro-, Macro-, und Meta-Umwelt eine wichtige Rolle, indem sie auf die oben genannten vier „**P**s“ einwirken. Urban nennt sechs unterschiedliche Komponenten der Kreativität, die ihrerseits wieder Subkomponenten enthalten. Dieses Modell stellt einen Versuch dar, kognitive und personale Aspekte zu vereinigen (siehe Abbildung 2.5). Diese Komponenten sind als ein funktionales System des kreativen Prozesses

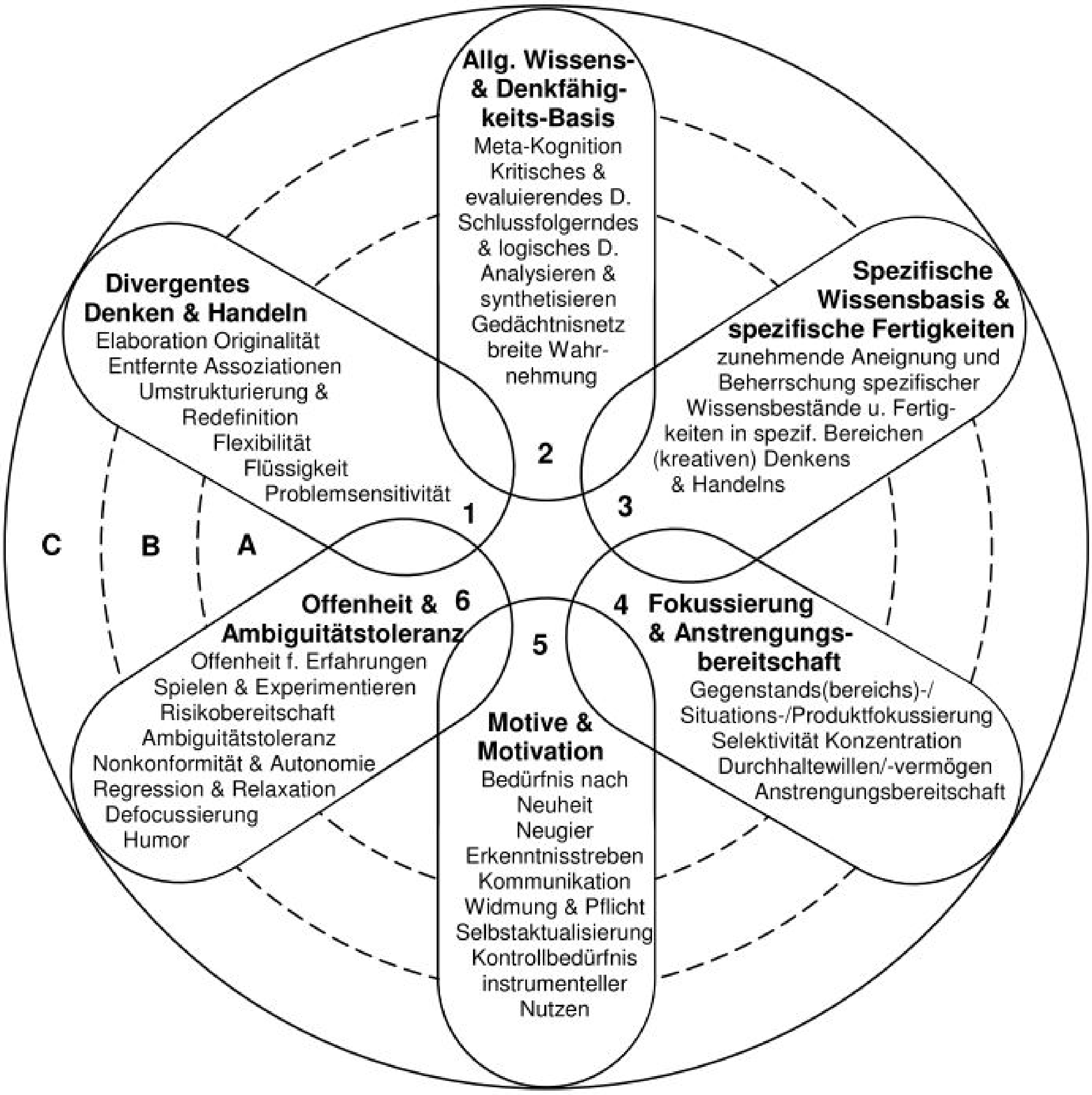

Abb. 2.5.: Komponentenmodell der Kreativität (nach Urban, 2004, S. 48)

gedacht, indem einzelne Komponenten niemals alleine, sondern in unterschiedlichen Kombinationen und unterschiedlichem Maße zusammenwirken. Ähnliche Überlegungen in Bezug auf die Intelligenz wurden z.B. bei den Modellen von Thurstone und

Guilford vorgestellt: Auch dort war das Zusammenwirken unterschiedlicher kognitiver Komponenten für das Lösen einer Aufgabe ausschlaggebend. In seiner Definition zur Kreativität gibt Urban sechs wesentliche Punkte an, die hier für einen kurzen Überblick zusammengefasst werden (für genauere Informationen bzgl. dieser Defintion siehe Urban, 2004, S. 138):

- **i)** ein neues, ungewöhnliches, überraschendes Produkt als Lösung eines sensitiv wahrgenommenen Problems zu schaffen,
- **ii)** auf Grundlage von Informationen die auch gezielt gesucht oder erarbeitet werden können,
- **iii)** durch Analyse, Verarbeitung, ungewöhnliche Assoziationen und Kombinationen dieser Informationen,
- **iv)** durch Synthetisierung, Strukturierung und Komposition dieser Daten, Elemente, Strukturen zu einer Lösungsgestalt
- **v)** die als Produkt elaboriert wird,
- **vi)** das von anderen sinnhaft erfahren/ erfasst werden kann

Diese Definition, zusammen mit dem Komponentenmodell (wobei vor allem die Punkte 2, 3, 4 und 5 betroffen sind) bildet den konzeptuellen Hintergrund zum „Test zum schöpferischen Denken- Zeichnerisch“ (TSD- Z). Auch wenn Urban, wie im Abschnitt 2.3 angedeutet, die verkürzte Defintion von kreativem Denken als divergentes Denken kritisierte, so bleibt divergentes Denken trotzdem auch ein wichtiger Bestandteil seines Modelles. Allerdings können Komponenten divergenten Denkens nur im Zusammenhang mit anderen Komponenten (z.B. Komponenten der allgemeinen Wissens- & Denkfähigkeits- Basis) effektiv wirksam werden.

3. Das Verhältnis von Kreativität und Intelligenz

3.1. Einleitung

In vielen Untersuchungen wird der Frage nachgegangen, in welchem Verhältnis Kreativität und Intelligenz zueinander stehen. Sternberg und O'Hara (1999) bieten in ihrer (Meta-)Analyse eine gute Übersicht über die wichtigsten Ergebnisse zu dieser Forschungsfrage, indem sie die unterschiedlichen Theorien fünf Kategorien zuordnen. Es ist verständlich, dass dieser Kategorisierung Idealisierungen der betrachteten Theorien zugrunde liegen, die der Komplexität und inhaltlichen Reichhaltigkeit der einzelnen Untersuchungen nicht gerecht werden können. Aber es werden doch einige wichtige grundlegende Ideen, Ansichten und Ergebnisse anschaulich zusammengefasst. Komplettiert wurde die Analyse von Sternberg und O'Hara durch Beiträge von (Plucker et al., 2014), die die ursprüngliche Analyse von Sternberg und O'Hara um Sternbergs „Triarchic Theory of Intelligence“ und die „Treshold Theory“ erweiterten.

3.2. Eine Analyse von Sternberg & O'Hara

Sind Intelligenz und Kreativität dasselbe? Und wenn nicht, in welcher Relation stehen sie zueinander? Diese Eingangsfragen stellten sich Sternberg und O'Hara (1999) bei ihrer Analyse des Verhältnisses der beiden Konstrukte. Die Betrachtung von

Forschungsergebnissen und Modellen zur Kreativität und Intelligenz führte zu fünf Antworten auf diese Fragen :

i) Kreativität ist ein Teilbereich der Intelligenz

ii) Intelligenz ist ein Teilbereich der Kreativität

iii) Kreativität und Intelligenz sind Bereiche, die sich zumindest teilweise überschneiden

iv) Kreativität und Intelligenz sind koinzidierende Bereiche

v) Kreativität und Intelligenz besitzen keinerlei Überschneidungen

Sternberg und O'Hara ordneten jedem dieser fünf Punkte Modelle der Kreativitäts- und Intelligenzforschung zu. Einige davon wurden in dieser Arbeit bereits vorgestellt. Im Folgenden werden nicht alle Modelle, die Sternberg und O'Hara unter den obigen fünf Punkten nennen, hier noch einmal reproduziert. Allerdings werden die in dieser Arbeit besprochenen Modelle (nach Sternberg und O'Hara) diesen fünf Ansätzen zugeordnet und einige wenige neue, für diese Arbeit relevante, Theorien zur Relation von Intelligenz und Kreativität sollen bei dieser Gelegenheit noch vorgestellt werden.

3.2.1. Kreativität als Teilbereich der Intelligenz

Guilford's „Structure of Intellekt“ Modell

Ein Modell, das unter diesen Ansatz fällt, ist das berühmte „Structure of Intellect Model“, welches schon in Abschnitt 2.3 skizziert wurde. In Bezug auf Kreativität ist vor allem der Aspekt divergenten Denkens von Interesse. Da nach diesem Modell divergentes Denken nur eine von fünf Operationen des Intellektes ist, kann Kreativität als Teilbereich von Intelligenz betrachtet werden. Guilford stellte darüber hinaus eine Verbindung zwischen den IQ- Werten einer Person und ihren Leistungen bei

Tests zum divergenten Denken fest. So schnitten Individuen mit niedrigen IQ- Werten auch schlechter bei Tests zum divergenten Denken ab. (Guilford, 1950; Guilford, 1967; Guilford, 1970; Guilford, 1975)

Cattell

Cattell (1971) gab, ähnlich zu Guilford, eine Liste primärer kognitiver Fähigkeiten der Intelligenz an. Darunter auch *Originality* und *Ideational fluency*, welche er als besonders wichtig für Kreativität ansah. Wie bei Guilford bilden auch bei Cattell Komponenten kreativen Denkens eine Teilmenge von Intelligenzfaktoren. Er war der Ansicht, Kreativität würde vor allem durch fluide Intelligenz und durch Persönlichkeitsmerkmale determiniert werden.

Sternbergs „Triarchic Theory of Intelligence“

Tatsächlich fällt Sternberg's „Triarchic Theory of Intelligence“ unter die Kategorie jener Modelle, die Kreativität als Teilbereich der Intelligenz betrachten. Seine *Experiental Subtheory* beinhaltet Fähigkeiten die, neben der Automatisierung von Informationsprozessen, für den Umgang mit neuen Situationen und Herausforderungen verantwortlich sind und daher auch die Kreativität betreffende Fähigkeiten. Abgesehen von der *Experiental Subtheory* enthält sein Modell der (Erfolgs-) Intelligenz noch die *Contextual* und die *Componential Subtheory* (siehe Abschnitt 1.3 i und ii). (Sternberg, 1984; Sternberg, 1999a; Sternberg, Grigorenko et al., 2008)

3.2.2. Intelligenz als Teilbereich von Kreativität

Die „Investment Theory“ von Lubart und Sternberg

Nach dieser Theorie verhalten sich kreative Personen wie gute Investoren: *„ [...] creative people decide to buy low and sell high in the world of ideas. “* (Sternberg, 2003, S. 106). Kreative Menschen generieren neue Ideen, die (wie Aktien mit niedrigen Wert) im ersten Moment unbeliebt sind oder sogar zurückgewiesen werden. Anschließend versuchen sie andere Personen von ihren Ideen, deren Wert und Brauchbarkeit, zu überzeugen. Werden diese Ideen allgemein akzeptiert und geschätzt, steigt ihr Wert. Nun verkaufen kreative Personen ihre Ideen teuer, d.h. sie wenden sich bereits dem nächsten vielversprechenden Gebiet für innovative Ideen zu. Nach Sternberg und Lubart sind es sechs Elemente, die Kreativität ausmachen: Intelligenz, Wissen, intellektuelle Stile, Persönlichkeitsmerkmale, Motivation und Umgebung. Intelligenz ist nach diesem Modell also nur einer von sechs Teilbereichen der Kreativität. Die drei Aspekte der Intelligenz (welche aus der „Triarchic Theory of Intelligence“ stammen), nämlich *synthetische, analytische* und *praktische Fähigkeiten* bilden eine Basis für Kreativität (siehe Abschnitt 1.3). *Synthetische Fähigkeiten* sind solche, die es erlauben Probleme unter einem neuen Blickwinkel zu betrachten und konventionelle Denkwege zu verlassen. *Analytische Fähigkeiten* helfen dabei, neue Ideen zu bewerten und *praktische Fähigkeiten* ermöglichen es, andere Personen von diesen Ideen zu überzeugen. (Sternberg, 2003; Sternberg, 1999b) Zu den Persönlichkeitsmerkmalen kreativer Personen zählen Sternberg und Lubart Ambiguitätstoleranz, Perseveration, Risikofreude, Individualität und Offenheit. Ein globaler, progressiver Denkstil im Unterschied zu einem lokalen, konservativen Denkstil ist außerdem föderlich für Kreativität.(Amelang et al., 2010) Wissen wird als Voraussetzung gesehen, auf einem bestimmten Gebiet kreativ sein zu können. Es kann sich allerdings auch als hinderlich herausstellen, wenn es eine Person veranlasst, sich Problemen nur mehr auf eine bestimmte Art und Weise zu nähern, oder gedanklich nur mehr bekannte Wege zu beschreiten. (Sternberg, 1999b)

3.2.3. Kreativität und Intelligenz als sich überschneidende Bereiche

Die „Drei Ringe Theorie“ von Renzulli

Wie bereits im Abschnitt 2.6 im Rahmen von Problemlösekompetenz und mathematischer Begabung besprochen wurde, sind nach diesem Modell Intelligenz und

Kreativität zwei unterschiedliche, aber sich trotzdem überschneidende Komponenten, welche zusammen mit der Motivation eine Grundlage für die Begabung eines Menschen in einem bestimmten Bereich darstellen. Dabei unterscheidet Renzulli zwischen S*choolhouse Giftedness*, welche konventionelle Begabung meint, also bespielsweise Begabung, die sich beim Lösen von Testaufgaben zeigt. *Creative-productive Giftedness* hingegen bezieht sich auf die Begabung neue Ideen zu entwickeln. (Renzulli, 1978; Renzulli, 1986) In seinem Modell der *triadischen Interdependenz* ergänzte Mönks (1995) das Modell von Renzulli durch Umweltfaktoren.

„Treshold Theory"

Plucker et al. (2014) zählen auch die sogenannte „Treshold Theory" zu der Kategorie von Modellen, die Kreativität und Intelligenz als sich überschneidende Bereiche betrachten. Nach dieser Theorie sind Intelligenz und Kreativität bis zu einem IQ von ungefähr 120 positiv miteinander korreliert. Ab einem hohen IQ beträgt die Korrelation zwischen den Konstrukten 0, d.h. sie weisen keine Zusammenhänge mehr auf. Aus dieser Beobachtung lässt sich entnehmen, dass Kreativität und Intelligenz zwar nicht dasselbe Konstrukt darstellen, hohe Kreativität aber auch ein hohes Maß an Intelligenz erfordert. (Getzels et al., 1962; Karen D. Fuchs-Beauchamp, 1993)

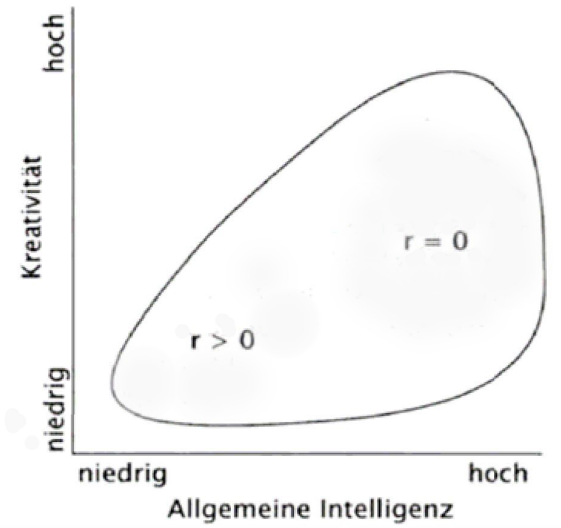

Abb. 3.1.: Schwellenmodell (aus Amelang et al., 2010, S. 225)

3.2.4. Kreativität und Intelligenz als koinzidierende Bereiche

Weisberg's „Nine Dot Problem“

Der Ansicht von Robert W. Weisberg (2010) zufolge weisen Mechanismen, die der Kreativität einer Person zugrunde liegen und Mechanismen, die beim Lösen von Problemen durch Analyse des Problems benötigt werden, keine Unterschiede auf: Führen Prozesse zum Lösen von Problemen zu einem außergewöhnlichen Ergebnis, wird dies als kreativ betitelt. Aus dieser Sicht ist Kreativität also nur ein Ausdruck von Intelligenz. Im Gegensatz zu Weisberg waren einige Forscherinnen und Forscher (z.B. Wallas) davon überzeugt, dass beim Lösen sogenannter *Insight Problems* - zu denen das „Nine Dot Problem“ zählt - unbewusste, spezielle Mechanismen und Prozesse arbeiten. Die Rolle des Arbeitsgedächtnisses spielte bei der Unterscheidung der Modi von Problemlöseprozessen eine wichtige Rolle: Ursprünglich galt die Annahme, das Arbeitsgedächtnis würde beim Lösen von *Insight Problems* keine, oder nur eine geringe Rollen spielen. Der Working Memory habe vor allem einen wesentlichen Einfluss auf das Lösen von Problemen durch die Analyse dieser Probleme. Weisberg konnte in Experimenten zum „Nine Dot Problem“ zeigen, dass die Kapazität des räumlich- visuellen Arbeitsgedächtnisses einen bedeutenden Einfluss auf die Fähigkeit der Testpersonen dieses Problem zu lösen, hatte. Er stellte damit den Unterschied zwischen den beiden Problemlösemodi (*Insight* und *Analyse*) in Frage. (siehe auch Weisberg et al., 2014)

Beim „Nine Dot Problem“ besteht die Aufgabe darin, neun Punkte (gegeben in drei Zeilen, jede Zeile besteht aus je drei Punkten) mit vier Linien zu verbinden. Diese Verbindung muss durchgängig sein, d.h. der Stift darf beim Malen der vier Linien nicht abgesetzt werden (siehe Abb 3.2).

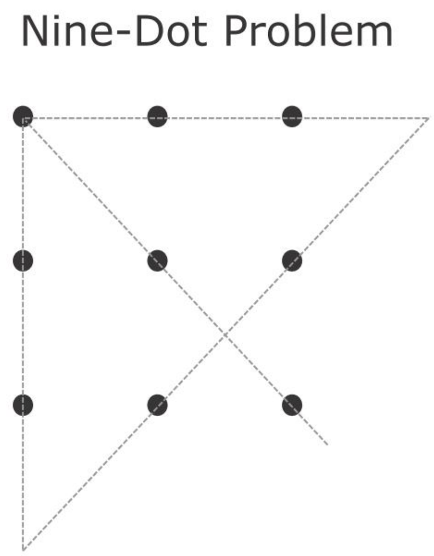

Abb. 3.2.: Nine Dot Problem (aus Robert W. Weisberg, 2010, S. 884)

3.2.5. Kreativität und Intelligenz als disjunkte Bereiche

Getzels und Jackson

Getzels et al. (1962) führten fünf Messungen zur Kreativität an ungefähr 450 Schülerinnen und Schülern unterschiedlicher Schulstufen durch. Die Messungen bestanden neben einem *Word Association Test*, einem *Uses for Things Test* à la Guilford, einen *Hidden Shapes Test* auch aus einem *Fables* und einem *Make- Up Problem* Test. Die Ergebnisse verglichen sie anschließend mit Ergebnissen aus Intelligenztests, wobei die durchschnittliche Korrelation zwischen IQ und Kreativität 0.23 betrug. Die niedrigste Korrelation wurde zwischen IQ und *Fables* mit 0.12 für Mädchen und 0.13 für Buben, die höchste zwischen *Make- Up Problems* und dem IQ mit 0.39 für Mädchen und 0.38 für Buben gemessen. Bei der *Fables* Messung mussten die Schülerinnen und Schüler ein mögliches Ende zu einer vorgegebenen Geschichte erfinden. Bei den *Make- Up Problems* wurde ihnen ein Text gegeben, der mathematisch modellierbare Aussagen enthielt. Die Aufgabe der Schülerinnen und Schüler war es nun, viele unterschiedliche mathematische Aufgabenstellungen zu diesem Text zu entwerfen. Anhand der Ergebnisse der Kreativitätstests und der IQ- Tests wurden zwei Gruppen gebildet: Schülerinnen und Schüler der einen Gruppe hatten besonders hohe Werte bei den Kreativitätstests erreicht, aber eher niedrige Werte bei den Intelligenztests.

In der zweiten Gruppe hatten Schülerinnen und Schüler hohe Werte bei den Intelligenztests erreicht, aber niedrige Werte bei den Kreativitätstests. Die Gruppen wurden anschließend miteinander verglichen, wobei sich herausstellte, dass sich die mittleren Schulnoten der Kreativitätsgruppe und der Intelligenzgruppe unwesentlich voneinander unterschieden, jedoch insgesamt weit über dem Durchschnitt der anderen Schülerinnen und Schüler lagen. Weiters ergaben Nachforschungen, dass die Schülerinnen und Schüler der Intelligenzgruppe von den Lehrerinnen und Lehrern mehr akzeptiert wurden als jene der Kreativitätsgruppe. Schülerinnen und Schüler der Intelligenzgruppe sahen Qualitäten, die sie für ihre eigene Person als wünschenswert erachteten, auch als wichtig für späteren Erfolg im Leben an. Mitglieder der Kreativitätsgruppe hingegen sahen keine oder nur eine geringe Relation zwischen einem späteren Erfolg und den für die eigene Person wünschenswerten Qualitäten. Personen aus dieser Gruppe entschieden sich auch eher für unkonventionelle Berufe, beispielsweise Autorin, Autor oder Erfinderin, Erfinder.

Wallach und Kogan

Kogan et al. (1965) kritisierten Getzels et al. (1962) wegen der Bedingungen, unter denen die Messungen zur Kreativität stattgefunden hatten. Sie änderten diese Bedingungen bei den eigenen Messungen, indem sie Zeitdruck und Testcharakter wegließen und stattdessen spielerische Situationen verwendeten. Im Übrigen arbeitet auch der Test zum schöpferischen Denken- Zeichnerisch (TSD-Z) mit solchen spielerischen Bedingungen: So werden den Versuchspersonen keine Testzeiten genannt und auch die Testanweisungen sind sehr offen gehalten. Das freie Zeichnen beim Test soll vor allem Spaß machen.
Die Schülerinnen und Schüler wurden natürlich auch Intelligenztests unterzogen. Aufgrund der Messungen konnten vier Gruppen gebildet werden: Eine Gruppe mit Schülerinnen und Schülern, die hohe Kreativitäts- und hohe Intelligenzwerte bei den Testungen erreicht hatten (HC-HI Gruppe), eine Gruppe, bei der die Schülerinnen und Schüler hohe Kreativitäts- aber niedrige Intelligenzwerte aufwiesen (HC-LI Gruppe), eine dritte Gruppe, deren Mitglieder niedrige Kreativitäts- aber hohe Intelligenzwerte aufwiesen (LI-HC Gruppe) und eine letzte Gruppe mit Schülerinnen

und Schülern, die weder hohe Werte bei den Kreativitätstests, noch bei den Intelligenztests erreicht hatten (LC-LI Gruppe). Es konnten Interkorrelationen von 0.41 zwischen Kreativitätsmessungen, von 0.51 zwischen Intelligenzmessungen, aber nur von 0.09 zwischen Kreativitäts- und Intelligenzmessungen festgestellt werden. Schülerinnen und Schüler der HC-HI Gruppe hatten das größte Selbstbewusstsein, die beste Selbstkontrolle, wirkten ausgeglichen, waren beliebt bei ihren Peers und hatten die höchste Konzentrations- und Aufmerksamkeitsspanne. Sie verlangten außerdem nach viel Aufmerksamkeit (oft auch auf eine störende Art und Weise), was als Enthusiasmus und Übereifrigkeit gewertet wurde. Schülerinnen und Schüler der LC-HI Gruppe waren in ihrem Verhalten reservierter und darauf bedacht, gute Leistungen in der Schule zu erbringen (und zwar in dem Ausmaß, indem sie der Meinung waren, schulisches Versagen wäre eine Katastrophe). Mitglieder dieser Gruppe verlangten nach weniger Aufmerksamkeit, äußerten weniger oft unkonventionelle Ideen, waren aber trotzdem beliebt unter den Peers. Ihre beste Performance lieferten sie unter Leistungsdruck. Die Erwartungen anderer Personen dienten ihnen als grundsätzliche Orientierung, auch aus der Angst heraus, Fehler zu machen. Schülerinnen und Schüler der HC-LI Gruppe hatten in der Klasse die meisten Nachteile: Sie waren eher zaghaft in ihrem Verhalten und außerdem am wenigsten selbstbewusst. Sie konnten sich schlecht konzentrieren, schätzten ihre eigene Leistung eher negativ ein und waren auch am wenigsten gefragt unter den Peers. Sie reagierten auf schulisches Versagen mit sozialem Rückzug und zeigten unter Abwesenheit von Leistungsdruck ihre besten Leistungen. In der LC-LI Gruppe versuchten die Mitglieder niedrige schulische Leistungen mit sozialer Aktivität zu kompensieren.

Resümee

Wie die Analyse von Sternberg und O'Hara (1999) anschaulich zeigt, sind sich Forscher und Forscherinnen uneinig, in welchem Verhältnis Kreativität und Intelligenz zueinander stehen. Diese Uneinigkeit kann zu einem großen Teil sicherlich als Folge der unterschiedlichen Konstruktauffassungen von Kreativität und Intelligenz verstanden werden.

3.3. Urbans Kreatilligenz

„Besonders Begabte oder Hochbegabte sind nicht eine besondere Spezies Mensch; begabt zu sein ist normal. [...] Begabungen sind nicht festgelegte, fixierte Größen, sondern Entwicklungsprozessen in Interaktion mit Umweltbedingungen unterworfen.“ (Urban, 2004, S. 189f)

Mit diesen einleitenden Sätzen beschreibt Urban (2004) bereits einen wesentlichen Kerngedanken seines Modelles der Kreatilligenz: Begabung ist nicht etwas „Gottgegebenes“, vielmehr hat jeder Mensch die Möglichkeit begabt zu sein. Ob und mit welchem Ausprägungsgrad sich Begabungen entwickeln, hängt von vielen unterschiedlichen Faktoren (z.B. der materiellen und sozialen Umwelt einer Person) ab. Urban geht in seinen Überlegungen von seinem bereits in Abschnitt 2.7 vorgestellten Komponentenmodell (ursprünglich als Kreativitätsmodell gedacht) aus und erweitert es zu einem Modell kreativ- intellektueller Begabung. Diese Erweiterung stellt den Versuch einer sinnvollen Integration der zuvor getrennt betrachteten Konzepte der Intelligenz und der Kreativität dar. Um den vorher erwähnten Kerngedanken gerecht zu werden, erweitert er sein Komponentenmodell um einige Faktoren (siehe Abb. 3.3).

Die Komponenten

- Voraus- & Weitsicht
- Strategisches Denken
- Konstruktives Gestalten
- Planen
- Flexible Adaptation
- Entscheidungen treffen

beziehen sich vor allem auf das intelligente, produktive Handeln. Voraus- & Weitsicht dienen zur Identifizierung zukünftiger Entwicklungen, versuchen Klarheit in Bezug auf Zukunftsfragen und -anforderungen zu schaffen. Für eine optimierte Planung dieser möglichen Zukunft wird unter anderem strategisches Denken relevant. Sollten erwünschte Entwicklungen der Zukunft nicht eintreffen, können Adaptation sowie aktives, konstruktives Gestalten von Ideen, Trends und Handlungen behilflich sein. Das Ineinandergreifen der Komponenten aus dem ursprünglichen Komponentenmodell (Divergentes Denken & Handeln, allgemeine Wissens- & Denkfähigkeits- Basis, ... siehe Abschnitt 2.7, Abb. 2.5) mit diesen sechs neuen Komponenten bezeichnet

Urban als Kreatilligenz. Kreatilligenz ist auch unter Rücksichtnahme nicht nur auf individuelle, sondern auch auf sozial- gesellschaftliche Bedingungen hin gedacht. Gesellschaftliche Werte, genauso wie individuelle Werte und Kompetenzen sollen darin ihren Platz finden. Daher erklären sich auch die folgenden Komponenten:

- Verantwortlichkeit
- Kommunikation
- Ko-Operation
- Autonomie
- Führungsqualitäten
- Selbst-Bewusstsein

Die oben genannten Ebenen werden durch grundlegende Haltungen, Einstellungen und Werte getragen. Diese bilden das Fundament des Modelles:

- Humanistische Grundhaltung
- Moralische Stärke
- Freiheit(süberzeugung)
- Frieden(sfähigkeit)
- Demokratische Einstellung
- Ethisches Bewusstsein

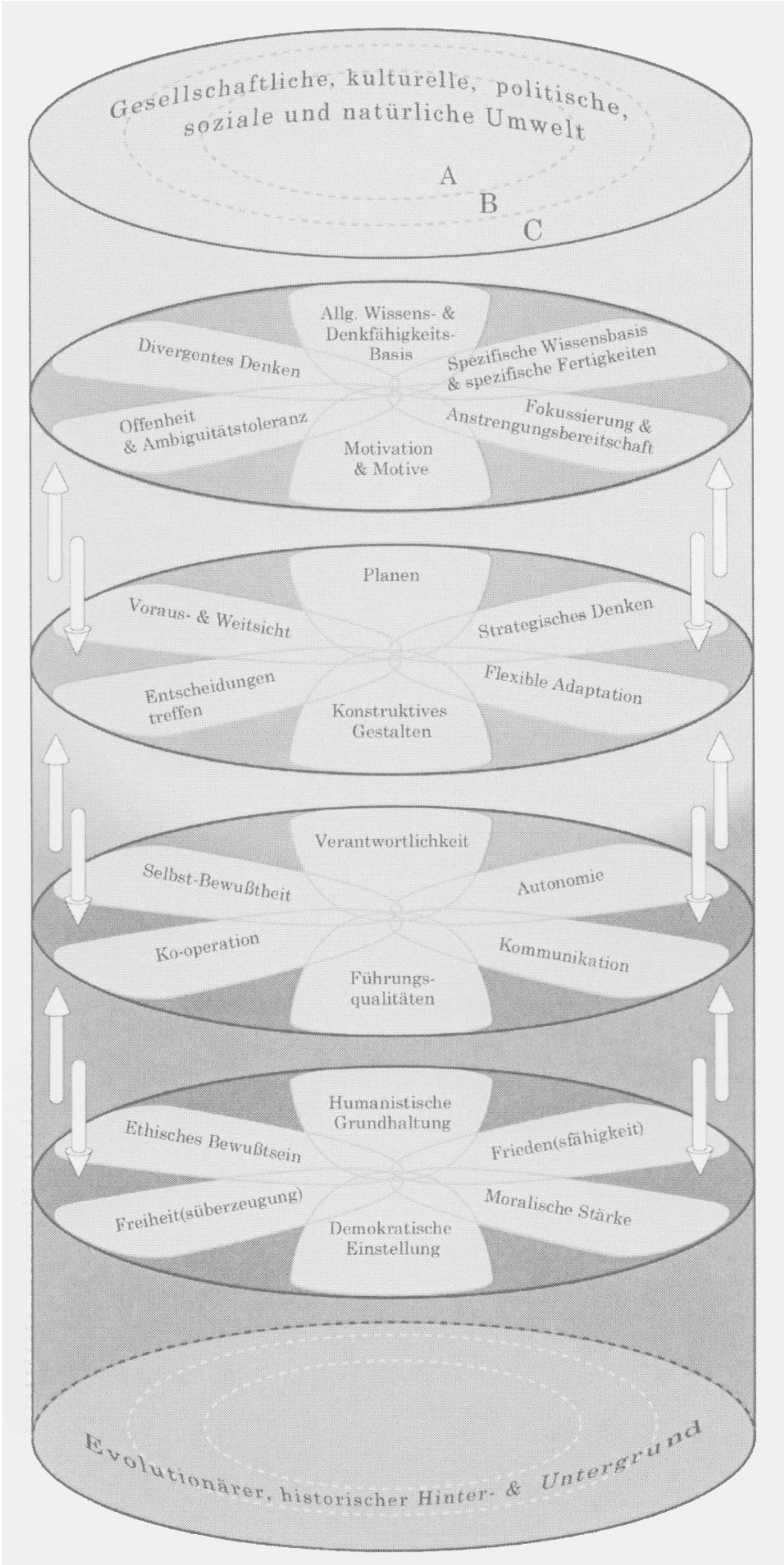

Abb. 3.3.: Modell der verantwortlichen Kreatilligenz (aus Urban, 2004, S. 199)

Teil II.

Kreativität, Intelligenz & mathematische Begabung

4. Methode

4.1. Einleitung

Im ersten Teil wurden Modelle der Intelligenz und der Kreativität vorgestellt und ihre Beziehungen zueinander betrachtet. In diesem Kapitel sollen nun die theoretischen Überlegungen anhand einer Testung des kreativen Potentials, mithilfe des Tests zum schöpferischen Denken- zeichnerisch (TSD-Z), und einer Testung der fluiden Intelligenz, mithilfe der Advanced Progressive Matrices (APM), mathematisch begabter Schüler und Schülerinnen überprüft werden. Bei den untersuchten Schülern und Schülerinnen handelt es sich um Teilnehmer und Teilnehmerinnen des mathematischen Wettbewerbes Mathematical Duel, welcher seit 2014 zu den Erasmus+ Projekten zählt. Die folgenden Kapitel sollen einen Einblick in den Wettbewerb und die verwendeten Testmethoden verschaffen. Außerdem sollen die Gründe für die Auswahl der Methoden erläutert, und eine Hypothese über mögliche Ergebnisse der Auswertung formuliert werden.

4.2. Zum Mathematical Duel

Das Mathematical Duel (MathDuel), welches von interessierten und engagierten Lehrern und Lehrerinnen ins Leben gerufen wurde, ist ein mathematischer Wettbewerb, bestehend aus einem Einzel- und einem Teamwettbewerb. Er wird von Schüler und Schülerinnen aus dem BRG Kepler, Graz (Österreich), dem Akademicki Zespol Szkol Ogolnoksztalcacych, Chorzów (Polen) sowie den beiden Schulen Gymnázium

Jakuba Škody, Přerov und Gymnázium Mikuláše Koperníka, Bílovec (tschechische Republik) ausgetragen. Jugendliche, die zum MathDuel antreten, besuchen zur gezielten Förderung ihrer Begabung häufig noch zusätzliche Kurse in Mathematik und nehmen auch an anderen mathematischen Wettbewerben teil. Im Rahmen des MathDuels haben sie Zeit, sich mit Altersgenossen zu unterhalten, die ihre Begeisterung für Mathematik teilen. Das MathDuel stellt für die Schülern und Schülerinnen also über den Wettbewerb hinaus eine Plattform zum Austausch über gemeinsame Interessen und zum Knüpfen neuer Kontakte dar. Da jedes Jahr eine andere Schule Gastgeber ist (dieses Jahr, 2017, im März fand der Wettbewerb in Graz statt), haben die Schüler und Schülerinnen die Möglichkeit andere Kulturen, Länder und Städte kennenzulernen. Unterstützt wird dies von den Organisatoren und Organisatorinnen des MathDuels durch ein Rahmenprogramm, das den Schülern und Schülerinnen abseits des Wettbewerbes die Möglichkeit bietet sich Sehenswürdigkeiten anzuschauen, an außerschulischen Aktivitäten teilzunehmen und sich interessante naturwissenschaftliche Vorträge anzuhören. Dieses Jahr besuchten Schüler und Schülerinnen beispielsweise die Lurgrotte und hörten Vorträge zur Physik und Mathematik auf der Karl-Franzens Universität. Das MathDuel versteht sich also nicht nur als Wettbewerb, sondern auch als ein Programm zum Austausch von Wissen und Erfahrungen und zum gegenseitigen Kennenlernen.

4.3. Material

4.3.1. Mathematical Duel

Der Wettbewerb umfasst drei Kategorien A, B und C. Je nach Schulstufe werden die Schüler und Schülerinnen einer dieser Kategorien zugeteilt (eine genaue Beschreibung der Kategorien siehe Abschnitt 4.4.2) Die Schulen entsenden vier mathematisch besonders begabte Vertreter oder Vertreterinnen pro Kategorie. Es nehmen also mindestens 48 Schüler und Schülerinnen am MathDuel teil. Gelegentlich werden zum Wettbewerb auch Gastteams aus anderen Schulen eingeladen, die zusätzlich zu den anderen Gruppen in einer oder mehreren Kategorien antreten. Dieses Jahr war das

Team „Allstar“, bestehend aus Schülern und Schülerinnen anderer Schulen aus Graz, als Gastteam eingeladen. Beim Einzelwettbewerb (Individual Competition) haben die Schüler und Schülerinnen 150 Minuten Zeit vier Probleme zu lösen. Pro Aufgabe können bis zu 8 Punkte vergeben, maximal also 32 Punkte im Test beim Einzelwettbewerb erreicht werden. Aufgrund der unterschiedlichen Muttersprachen die beim MathDuel vertreten sind, werden die Testangaben in englischer Sprache formuliert. In Abb. 4.1 sind beispielhaft Aufgaben aus je einer der drei Kategorien abgebildet. Beim Teamwettbewerb (Team Competition) treten die Schüler und Schülerinnen einer Schule in ihrer Kategorie gegen die Teams der anderen Schulen an. Gemeinsam sind drei Aufgaben in 90 Minuten zu lösen.

Mathematical Duel 2017

Individual Competition

A–I–3

Let a, b, c be lengths of the sides of a triangle ABC and h_a, h_b, h_c be the lengths of its altitudes from the vertices A, B, C, respectively. Furthermore, let d be the diameter of the circumcircle of the triangle ABC. Prove that the inequality

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{h_a+h_b+h_c} \geq d$$

holds. When does equality hold?

B–I–1

Let n be a positive integer and $a_1, a_2, \ldots, a_n$ be real numbers fulfilling the condition

$$a_1 \geq a_2 \geq \ldots \geq a_n.$$

Let us define $S_i = a_1 + a_2 + \ldots + a_i$ for all i $(2 \leq i \leq n)$. Prove that the inequality

$$\frac{S_{n-1}}{n-1} \geq \frac{S_n}{n}$$

holds. When does equality hold?

C–I–4

The Count of Lichenem likes to count, but he doesn't like most of the numbers. He likes a number if it has both even and odd digits, and he doesn't like a number if it has an even number of odd digits or an odd number of even digits.

a) How many numbers smaller than 100 does the Count like?
b) How many numbers smaller than 1 000 does the Count like?
c) How many numbers smaller than 10 000 does the Count like?

Abb. 4.1.: Mathematical Duel Problems (*Mathematical Duel*, 2017)

4.3.2. Raven Matrizentest: Advanced Progressive Matrices (APM)

Die Advanced Progressive Matrices (APM) wurden von Raven et al. (1998) entwickelt und sind Teil einer Raven- Matrizen- Testserie, die außerdem noch die Standard Progressive Matrices (SPM) und die Coloured Progressive Matrices (CPM) enthält. Der APM entstand in den 40er Jahren aus dem SPM und stellt einen sprachfreien Test zur Messung fluider Intelligenz im Sinne Cattells dar (siehe Abschnitt 1.2). Einer der Hauptgründe für die Entwicklung der APM war die Möglichkeit einer besseren Differenzierung im oberen Quartil der SPM- Testverteilung. Daher ist dieser Test für überdurchschnittlich begabte Jugendliche und Erwachsene gedacht. Die Sprachfreiheit des Tests war unter anderem ein wichtiges Kriterium bei der Testauswahl zu dieser Arbeit. Die Stichprobe der Testteilnehmer und -teilnehmerinnen bestand aus polnischen, österreichischen und tschechischen Jugendlichen. Es musste daher ein Testverfahren zur Messung der Intelligenz gewählt werden, welches den Ausschluss von Verfälschungen der Ergebnisse durch sprachliche Barrieren garantierte. Ein zweites wichtiges Kriterium bei der Auswahl der Testmethode stellten die unterschiedlichen Altersstufen der Schüler und Schülerinnen dar. Der APM- Test ist erst ab einem Alter von mindestens zwölf Lebensjahren sinnvoll. Da die unterste Altersgrenze in der Stichprobe bei 13 Jahren, und die oberste bei 18 Jahren lag, deckte der APM alle gefragten Altersstufen ab. Nach der „Three Stratum Theorie“ von Carroll, welche im Abschnitt 1.4 vorgestellt wurde, ist es auf der Stratum II Ebene vor allem die *fluide Intelligenz*, die einen wichtigen Aspekt mathematischen Denkens darstellt. Nach Carpenter et al. (1990) wird beim APM-Test *analytische Intelligenz* erfaßt, welche eine Person befähigt über Probleme nachzudenken, die neue Informationen enthalten, ohne dabei auf deklaratives Wissen zurückzugreifen. *Analytische Intelligenz* ist demnach gleichbedeutend mit der *fluiden Intelligenz* nach Carroll (1993). Sie umfasst außerdem die Fähigkeit mit neuen kognitiven Herausforderungen umzugehen. Die APM stellten daher eine probate Methode dar, den Einfluss *fluider Intelligenz* auf mathematische Begabung zu messen. Das Aufgabenniveau der APM ist höher, als jenes der SPM. Übungsaufgaben, welche im SPM-Test den Hauptteil darstellten, sind beim APM- Test in einem seperaten Teil (Set 1, bestehend aus 12 Aufgaben) zusammengefasst und müssen als Vorbereitung auf den zweiten Teil des Tests (Set 2, bestehend aus 36 Aufgaben) vor diesem gelöst werden. In der Aufgabenstellung werden der Testperson Muster aus Strichzeichnungen und Figuren gezeigt, die nach bestimmten Prinzipien aufgebaut sind. Die Muster sind allerdings nicht vollständig, es fehlt ein Teil. Die Aufgabe für die Testperson besteht nun darin, aus einer Menge möglicher Teile denjenigen Teil herauszufinden, der das Muster gemäß des Aufbauprinzipes vervollständigt. Der Rohwert der APM entspricht der Punktezahl, die sich ergibt, wenn jede richtig gelöste Aufgabe mit einem, jede falsch oder nicht gelöste Aufgabe mit null Punkten bewertet wird. Für Set 1 der APM können also maximal 12, für Set 2 maximal 36 Punkte vergeben werden.

4.3.3. Test zum schöpferischen Denken- Zeichnerisch (TSD-Z)

Der Test zum schöpferischen Denken- zeichnersisch (TSD-Z) von Urban und Jellen (2010) ist als Screeningverfahren des kreativen Potentials einer Person gedacht. Er bietet die Möglichkeit bei Testpersonen ein besonders hohes, aber auch ein besonders niedriges Niveau an schöpferischen Fähigkeiten festzustellen. Die theoretische Grundlage für diesen Test bildet die (Arbeits-)Defintion zur Kreativität und das Komponentenmodell von Urban, welche in Abschnitt 2.7 besprochen wurden. Neben der sprachlichen Fairness aufgrund der zeichnerischen Modalität des Testes, und der Abdeckung aller Altersstufen aus der Stichprobe (der TSD-Z findet Anwendung bei Personen zwischen 5 und 95 Jahren), war ein Hauptgrund für die Verwendung dieser Methode in der vorliegenden Arbeit die Erfassung nicht nur quantitativer Teilaspekte des divergenten Denkens, sondern auch qualitativer, inhaltlicher und elaborierter Kreativitätsaspekte (siehe Urban und Jellen, 2010, S. 10). Der Test selbst besteht aus einem A4 Blatt auf dem sechs vorgegebene figurale Fragmente (Halbkreis, Punkt, große Ecke, Schlangenlinie, Strichellinie und ein kleines, liegendes „U“) abgedruckt sind, die sich bis auf das kleine, liegende „U“ innerhalb eines Rahmens befinden. Die Testperson wird nun aufgefordert, das gegebene Bild nach Belieben zeichnerisch zu vervollständigen. Dabei ist sie in ihrer gestalterischen Tätigkeit vollkommen frei. Die so entstandene Zeichnung wird mit Hilfe von 14 Kriterien bewertet. Diese Kriterien sollen hier in aller Kürze vorgestellt werden, erstens um die Bewertung des Testes transparenter zu machen und zweitens, weil diese Kriterien im späteren Verlauf der Arbeit auf ihre Relevanz für mathematisches Denken und mathematische Kreativität analysiert werden (für genauere Informationen zu den Kriterien siehe Urban und Jellen, 2010, S. 14-42).

i) **Weiterführung (Wf):** Für jede Weiterführung, jedes Aufgreifen eines der sechs figuralen Fragmente wird ein Punkt vergeben. (max. Punkteanzahl: 6)

ii) **Ergänzung (Eg):** Wurden die weitergeführten Elemente durch beispielsweise Striche, Punkte, Linien, ... ergänzt, kann ein weiterer Punkt vergeben werden. (max. Punkteanzahl: 6)

iii) **Neue Elemente (Ne)**: Für Figuren und Elemente, die zusätzlich zu Wf und Eg geschaffen wurden, können ein Punkt, bei mehrfachem Auftreten gleicher Elemente auch zwei Punkte vergeben werden. (max. Punkteanzahl: 6)

iv) **Verbindung, zeichnerisch (Vz)**: Stoßen gezeichnete Figuren und Elemente aneinander an, oder sind sie durch Linien miteinander verbunden, kann ein Punkt vergeben werden. Das gilt auch für Elemente oder Figuren, die außerhalb des Rahmens gezeichnet wurden. (max. Punkteanzahl: 6)

v) **Verbindung, thematisch (Vt)**: Für Elemente oder Figuren, die (auch unabhängig von zeichnerischen Verbindungen) miteinander in einer thematischen Beziehung stehen, wird ein Punkt vergeben. Wichtig ist, dass die Elemente und Figuren Teil einer kompositatorischen Ganzheit darstellen. Auch Titel, die den Zeichnungen verliehen wurden, können einen Hinweis auf thematische Beziehungen liefern. (max. Punkteanzahl: 6)

vi) **Begrenzungsüberschreitung, figurabhängig (Bfa)**: Eine Weiterführung und/ oder Ergänzung des kleinen liegenden „Us“ außerhalb des Rahmens wird mit 6 Punkten bewertet, außer das „U“ wurde lediglich zu einem Quadrat vervollständigt, dann werden nur 3 Punkte vergeben. (Punktezahl: 0 oder 3 oder 6)

vii) **Begrenzungsüberschreitung, figurunabhängig (Bfu)**: Für Figuren und Elemente, die außerhalb des Rahmens und unabhängig vom kleinen, liegenden „U“ gezeichnet wurden, werden 6 Punkte vergeben. (Punkteanzahl: 0 oder 6)

viii) **Perspektive (Pe)**: Jeder Versuch ein Element, eine Figur dreidimensional darzustellen wird mit einem Punkt bewertet. Handelt es sich um eine perspektivische Gesamtkomposition werden 6 Punkte vergeben.(max. Punkteanzahl: 6)

ix) **Humor bzw. Affektivität/ Emotionalität/ expressive Kraft (Hu)**: Zeichnungen, die beim Betrachter Humor oder affektive Betroffenheit auslösen, bzw. eine besondere expressive Kraft aufweisen, können mit bis zu 6 Punkten bewertet werden. (max. Punkteanzahl:6)

x) **Unkonventionalität A (Uka)**: Wird das Testmaterial auf unkonventionelle Art und Weise manipuliert (z.B. seitenverdrehte Verwendung des Testblattes) werden drei Punkte vergeben. (Punkteanzahl: 0 oder 3)

xi) **Unkonventionalität B (Ukb)**: Kommen in der Zeichnung surrealistische und/ oder abstrakte Figuren vor, bzw. wurde ein surrealistisches, abstraktes oder fiktionales Thema verwendet, werden drei Punkte vergeben. (Punkteanzahl: 0 oder 3)

xii) **Unkonventionalität C (Ukc)**: Werden Figuren mit Zeichen und/ oder Symbole kombiniert, werden 3 Punkte vergeben (Punkteanzahl: 0 oder 3)

xiii) **Unkonventionalität D (Ukd)**: Werden die sechs vorgegebenen figuralen Fragmente in einer stereotypen Art und Weise verwendet (z.B. aus dem Halbkreis wird in der Zeichnung eine Sonne oder ein Ball), wird von drei möglichen Punkten pro stereotyp verwendetem Fragment ein Punkt abgezogen. (Punkteanzahl: 3 bis 0)

xiv) **Zeitfaktor (Zf)**: Hat eine Zeichnung aufgrund der Berwertung der ersten 13 Kriterien mindestens 25 Punkte erreicht, können für den Zeitfaktor noch 0-6 Punkte vergeben werden. (max. Punkteanzahl: 6)

4.4. Durchführung der Untersuchung

4.4.1. Hypothese

Der Kern der Untersuchung beschäftigt sich mit der Frage, in welchem Ausmaß Intelligenz und Kreativität mathematische Begabung beeinflussen. Ist es hauptsächlich die fluide Intelligenz, die einen guten Prädiktor für mathematisches Können darstellt, oder sind es eher Faktoren der Kreativität, die gute Leistungen in Mathematik vorraussagen können? Die Ausführungen aus dem Theorieteil legen die Vermutung nahe, dass beide Konstrukte nicht streng getrennt voneinander betrachtet werden können, sich gegenseitig beeinflussen und bedingen. Daraus lässt sich schließen, dass sowohl Kreativität als auch Intelligenz einen annähernd gleich großen Einfluss auf mathematische Begabung haben. An diese Frage schließt sich eine weitere Überlegung an, die für diese Untersuchung von Interesse sein wird: Wie bereits im Abschnitt 1.2 angedeutet, gibt es eine Kontroverse darüber, ob und in welchem Ausmaß Kreativität bereichsspezifisch und/ oder domänenübergreifend ist. Historisch betrachtet wurde lange die Position einer domänenübergreifenden Kreativität vertreten. Guilford (1967) und Torrance (1974) lassen sich als Beispiel für diese Tradition nennen. Die Vertreter und Vertreterinnen domänenübergreifender Kreativität sind der Ansicht, dass Personen, die besonders hohe Scores bei Kreativitätstests erreichen, die Fähigkeit haben in jedem Bereich originelle Ideen zu entwickeln und abseits konventioneller Wege nach Lösungen zu suchen. Anhänger und Anhängerinnen der anderen Seiten vertreten dem gegenüber die Hypothese, dass Kreativität, die sich in einem bestimmten Bereich zeigt, unabhängig von Kreativität ist, die sich in einem anderem Bereich ausdrückt. Modernere Ansätze versuchen diese beiden Positionen in einem Modell der Kreativität zu vereinigen (siehe z.B. Hong et al., 2010). Erschwert wird diese Diskussion durch unterschiedliche Konstruktvorstellungen von Kreativität und den Einfluss unterschiedlicher Methoden (die diesen Vorstellungen zugrunde liegen) auf die Untersuchungsergebnisse zur Kreativität. Darüber hinaus bereiten Uneinigkeiten bei der Definition von Begriffen, wie bespielsweise dem Begriff „Domäne“, Schwierigkeiten bei der Klärung der Kontroverse (siehe z.B. Baer, 1998; Plucker, 1998).

In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass sich diese beiden Standpunkte integrieren lassen, dass also bestimmte kreative Fähigkeiten bereichsspezifisch sind, andere domänenübergreifend. Gründe für diese Annahme lassen sich beispielsweise im Komponentenmodell von Urban wiederfinden (sieh Abschnitt 2.7, Abb.2.5): Dort lauten zwei der sechs Hauptkomponenten *Allgemeine Wissens- & Denkfähigkeit* sowie *Spezifische Wissensbasis & spezifische Fertigkeiten*. Von dieser Annahme ausgehend wurden die oben genannten 14 Kriterien des TSD-Z (siehe Abschnitt 4.3.3) auf ihre Relevanz für mathematische Begabung untersucht. Von Interesse waren dabei Fähigkeiten, die sowohl für gute Bewertungen beim TSD-Z, als auch beim MathDuel verantwortlich sein könnten.

So könnte beispielsweise das Kriterium der Perspektive (Pe) ein solches Kriterium sein. Es liegt die Vermutung nahe, dass Schüler und Schülerinnen, die eine hohe Bewertung für perspektivisches Zeichnen beim TSD-Z erhielten, auch hohe Scores bei den Geometrieaufgaben des MathDuels erreichten. Kriterien, die weniger offensichtlich Fähigkeiten der Kreativität und des mathematischen Denkens fordern, könnten jene der thematischen und zeichnerischen Verbindungen sein. Solche Verbindungen könnten für bewusst gedachte oder intuitiv erfasste Zusammenhänge zwischen einzelnen Figuren und Elementen stehen. Personen, die dieses Kriterium beim Test erfüllten, kann eine Neigung neue Zusammenhänge zu erschließen zugesprochen werden. In der Mathemtik, wie in jeder anderen Wissenschaft auch, ist es für das Verständnis der Materie wichtig, möglichst viele und neue Verbindungen zwischen einzelnen Bereichen herzustellen. In diesem Zusammenhang spricht auch Sheffield (2009) von Verständnistiefe als Kriterium mathematischer Kreativität.

4.4.2. Stichprobe

Untersucht wurden insgesamt 58 Teilnehmer und Teilnehmerinnen des MathDuels. Davon stammten 10 aus Polen, 23 aus der tschechischen Republik und 25 aus Österreich. Jene Schüler und Schülerinnen, die bei mindestens einer der drei Testungen (MathDuel, TSD-Z, APM-Test) fehlten, wurden nicht in die Auswertung der Stichprobe miteinbezogen. Abzüglich dieser Personen blieben für die Kategorie A 17, für die Kategorie B 19 und für die Kategorie C 22 Schüler und Schülerinnen über, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurden. In der Kategorie A treten Schüler und Schülerinnen der 11. und 12. Schulstufe (17-18 Jahre), in der Kategorie B Schüler und Schülerinnen der 9. und 10. Schulstufe (15-16 Jahre) und in der Kategorie C Schüler und Schülerinnen der 7. und 8. Schulstufe (13-14 Jahre) gegeneinander an.

4.4.3. Ablauf

Die Testungen zur Kreativität und Intelligenz fanden am Vormittag des 10.03.2017 in einem Hörsaal der Karl Franzens Universität statt. Die Teilnehmer und Teilnehmerinnen hatten genügend Platz zur freien Entfaltung, es herrschte eine ruhige Arbeitsatmosphäre. Zusätzlich befanden sich zur Beaufsichtigung der 58 Jugendlichen fünf Personen in dem Saal, die auch beim Austeilen und Einsammeln der Testbögen behilflich waren. Zuerst wurde das kreative Potential der Schüler und Schülerinnen gestestet. Nach kurzen Testinstruktionen zum TSD-Z in englischer Sprache hatten die Schüler und Schülerinnen 15 Minuten Zeit für die Bearbeitung des Testbogens. Vor Beginn der zweiten Testung durch die *Advanced Progressive Matrices* (APM) hatten die Schüler und Schülerinnen einige Minuten Pause, in denen sie sich frei bewegen durften. Im Anschluß fand dann der zweite Testdurchgang zur Messung der fluiden Intelligenz statt. Anweisungen zum Test wurden wieder in englischer Sprache und mit Unterstützung einer kleinen Powerpoint- Präsentation gegeben. Danach hatten die Schüler und Schülerinnen 10 Minuten Zeit, die Aufgaben aus Set 1 zu lösen, und 20 Minuten um jene aus Set 2 zu lösen. Durch den Ablauf der Testungen wurden genügend Erholungsphasen für die Schüler und Schülerinnen und damit ein konzentriertes Arbeiten gewährleistet. Da der *Test zum schöpferischen Denken- zeichnerisch* grundsätzlich vielen Schülern und Schülerinnen Spaß macht und sie sich während der Bearbeitung des Tests in keiner klassischen Testsituation befinden, wurde der TSD-Z an den Anfang gestellt. So sollte sichergestellt werden, dass die Schüler und Schülerinnen möglichst erholt und konzentriert die Testung durch die *Advanced Progressive Matrices* (APM) beginnen.

5. Ergebnisse

5.1. Analyse der Daten und Wahl statistischer Methoden zur Auswertung

Um zu einer Aussage über die erhobenen Daten zu gelangen, wurde in einem ersten Schritt die Verteilung der einzelnen Datensätze überprüft. In einem zweiten Schritt wurde dann aufgrund der gegebenen Verteilung der Daten ein passendes statistisches Verfahren zur Untersuchung dieser ausgewählt.

5.1.1. Analyse der Daten

Zur Überprüfung standen drei verschiedene Datensätze: Der Erste beinhaltete die Ergebnisse des Mathematical Duels, der Zweite die Ergebnisse des Advanced Progressive Matrices- Tests und der Dritte die Auswertungen des Tests zum schöpferischen Denken- zeichnerisch. Durch die Erstellung von Histogrammen wurde überprüft, ob sich die Datensätze durch eine Normalverteilung approximieren lassen. Zur vollkommenen Klärung der Frage, ob den Daten eine Normalverteilung zugrunde liegt oder nicht, wäre es möglich, diese beispielsweise einem Kolmogorov- Smirnov-Test zu unterziehen. In dieser Arbeit wurde jedoch darauf verzichtet.

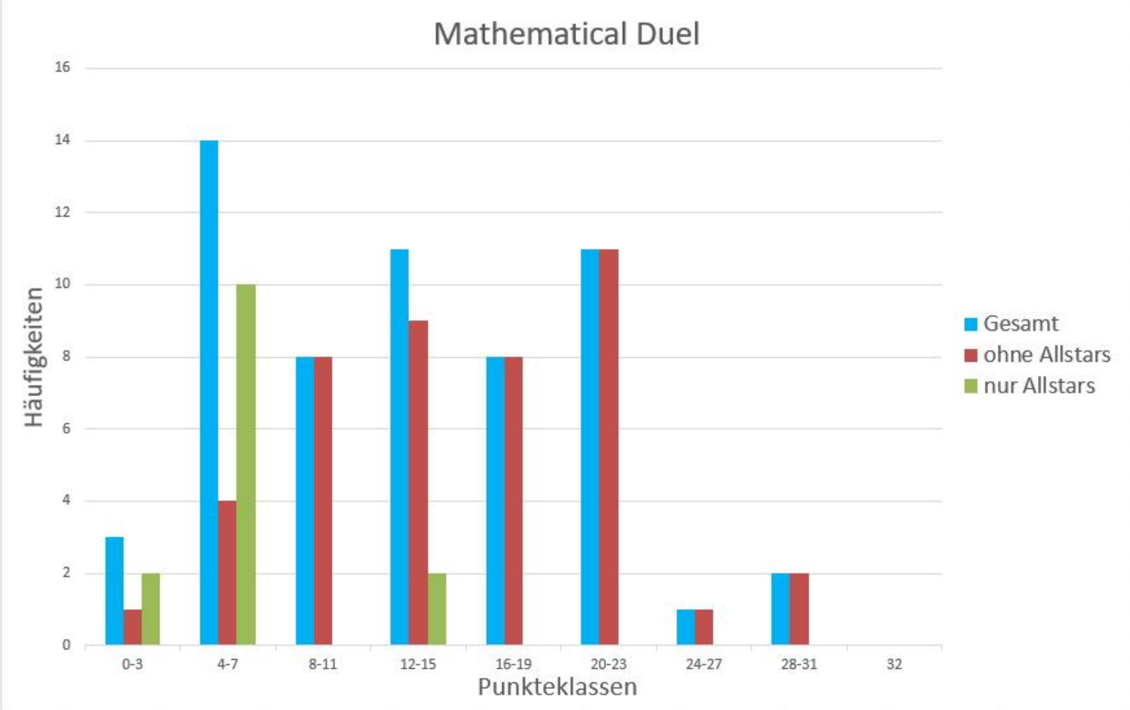

Abb. 5.1.: Histogramm Mathematical Duel

5.1.1.1. Mathematical Duel

Das Histogramm in Abb. 5.1 veranschaulicht drei verschiedene Datensätze, der erste Datensatz umfasst die Ergebnisse aller Teams (blau), der zweite Datensatz umfasst die Ergebnisse aller Teams mit Ausnahme des Allstar- Gastteam (rot) und der dritte Datensatz umfasst nur die Ergebnisse des Teams Allstar beim Mathematical Duel (grün). Wie bereits eingangs erwähnt, müssten zur genauen Überprüfung der Daten auf ein zugrunde liegende Normalverteilung noch weitere Testungen der Datensätze vorgenommen werden. In dieser Arbeit werden Histogramme für eine erste, optische Einschätzung zur Verteilung der untersuchten Daten herangezogen. Den Ergebnissen des Allstar- Teams (grün) liegt annähernd eine Normalverteilung mit Mittelwert $\cong 7.9$ und Varianz $\cong 4$ zugrunde. Für die Ergebnisse der Teams aus den Schulen BRG Kepler, Akademicki Zespol Szkol Ogolnoksztalcacych, Gymnázium Jakuba Škody und Gymnázium Mikuláše Koperníka (rot) und für die Ergebnisse aller Teams zusammen (blau) wird keine Normalverteilung angenommen. Auffallend an den untersuchten Datensätzen ist, dass die Schüler und Schülerinnen des Allstar-Teams maximal 16 Punkte erreichten, während die Maximalpunktezahl eines Schü-

lers, einer Schülerin eines anderen Teams sogar bei 31 Punkten von möglichen 32 Punkten lag und immerhin elf der Schüler und Schülerinnen der anderen Teams zwischen 20 und 23 Punkte erreichten. Die Darstellung der Daten im Diagramm legt nahe, dass Schüler und Schülerinnen des Allstar Teams generell weniger Punkte erreichten, als Schüler und Schülerinnen anderer Teams. Das erklärt auch die absolute Häufigkeit von 14 Schülern und Schülerinnen, die bei dem Mathematical Duel zwischen 4 und 7 Punte erreichten. Werden nur die Ergebnisse der anderen Teams betrachtet (rot) beträgt die absolute Häufigkeit aller Schüler und Schülerinnen, die beim Mathematical Duel zwischen 4 und 7 Punkten erreichten nur noch 4. Zwei Schüler und Schülerinnen des Allstar- Teams erreichten zwischen 12 und 14 Punkte beim Mathematical Duel, also doppelt soviele Punkte wie ihre Teamkollegen und -kolleginnen.
Um zu einer genaueren Aussage über das Verhältnis der Ergebnisse des Allstar-Teams zu den anderen Teams zu gelangen, wurden die Daten anhand eines Mann-Whitney- U Tests verglichen. Die Ergebnisse sind sollen hier kurz zusammengefasst werden:

Tab. 5.1.: Vergleich der Ergebnisse des Mathematical Duels

	All	Bil	Cho	Pre	Kep
All	x	**0.000446**	**0.000208**	**0.0006908**	**0.000447**
Bil	x	x	0.175238	0.497766	0.599794
Cho	x	x	x	0.083980	0.547646
Pre	x	x	x	x	0.276418
Kep	x	x	x	x	x

Wie sich leicht erkennen lässt, ergibt sich beim Vergleich der Ergebnisse des Allstar-Teams mit den Ergebnissen aller anderen Teams beim MathDuel mithilfe des Mann-Whitney- U Tests überall annähernd der Wert Null. Das spricht für einen signifikanten Unterschied der erreichten Punktezahlen beim Wettbewerb.

5.1.1.2. Test zum schöpferischen Denken- Zeichnerisch

Es wurde eine Normalverteilung der Ergebnisse beim TSD-Z angenommen. Immerhin 17 Schüler und Schülerinnen erreichten zwischen 35 und 41 Punkte, drei Schüler

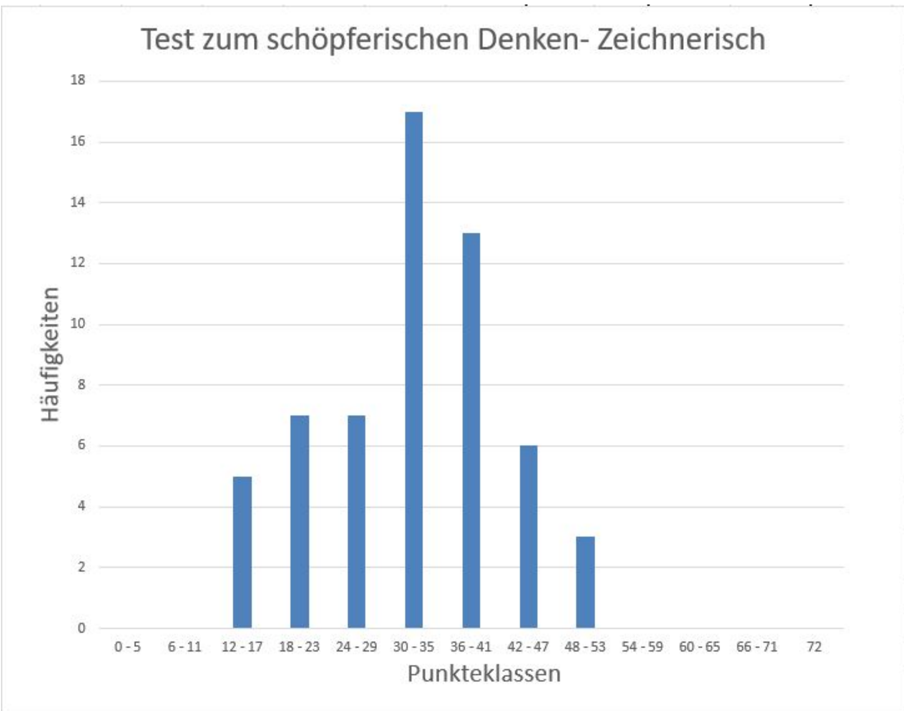

Abb. 5.2.: Histogramm TSD-Z

und Schülerinnen sogar Werte zwischen 48 und 53 Punkten. Der Mittelwert der Testergebnisse liegt bei ≅ 34 Punkten, die Standardabweichung bei ≅ 9.

5.1.1.3. Advanced Progressive Matrices

Die Ergebnisse der APM- Testung wurden als normalverteilt angenommen (siehe Abb. 5.3). Aufgrund der Auffälligkeiten bei den Ergebnissen des Mathematical Duels (siehe 5.1.1.1) wurden auch hier die Ergebnisse der APM- Testung einem Mann-Whitney- U Test unterzogen. Dabei konnte ein signifikanter Unterschied der Ergebnisse zwischen den Teams Allstar und dem Team aus Bílovec sowie den Allstars und dem Team aus Chorzów festgestellt werden.

Tab. 5.2.: Vergleich der Ergebnisse der APM- Testung

	All	Bil	Cho	Pre	Kep
All	x	**0.003801**	**0.036571**	0.098947	0.378402
Bil	x	x	0.142985	0.421236	0.068468
Cho	x	x	x	0.668990	0.337515
Pre	x	x	x	x	0.488797
Kep	x	x	x	x	x

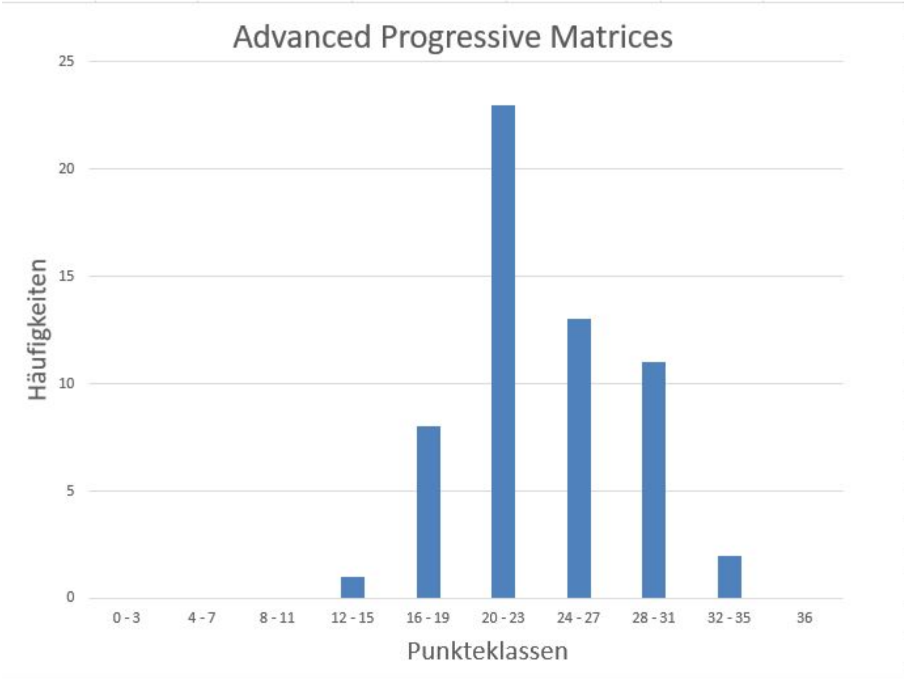

Abb. 5.3.: Histogramm APM

5.1.2. Wahl der statistischen Methoden zur Auswertung der Daten

Obwohl die Ergebnisse der APM- Testung und die Ergebnisse der TSD-Z Testung als normalverteilt angenommen werden können, wurden zur Auswertung der Daten paramerterfreie Methoden gewählt. Grund dafür ist, dass bei den Ergebnissen des MathDuels keine Normalverteilung angenommen wurde.
Von der Annahme ausgehend, dass die Daten nicht normalverteilt sind, wurden im weiteren Verlauf der Arbeit Korrelationen über Kendall's Tau (Index b) berechnet. Bei diesen Korrelationskoeffizienten handelt es sich um parameterfreies Maß für Korrelationen. Im Gegensatz zu parametrischen statistischen Methoden verlangt Kendall's Tau keine Zusatzannahmen, etwa jene, dass die Daten normalverteilt sein müssen. Bei diesen Korrelationskoeffizienten werden nicht die einzelnen Werte der Messungen, sondern ihre Ränge betrachtet. Treten gleiche Ränge mehrmals auf, werden diese als „Bindung" bezeichnet. Je nach den Eigenschaften des zu untersuchenden Datensatzes gibt es mehrere Varianten Kendall's Tau zu berechnen, aber Kendall's Tau (Index b) berücksichtigt die oben erwähnten Bindungen und ist darüber hinaus für kleine Stichproben gut geeignet. In den folgenden Beschreibungen der Ergebnisse wird deshalb Kendall's Tau als Maß der Korrelation angegeben. Eine

weitere statistische Methode zur Analyse und Auswertung der Daten, die in dieser Arbeit bereits verwendet wurde, ist der Mann- Whitney- U- Test. Dieser Test erlaubt es, die Signifikanz der Übereinstimmung von zwei Verteilungen zu überprüfen. Da es sich auch bei dem Mann- Whitney- U Test um einen parameterfreien Test handelt, muss den Datensätzen keine Normalverteilung zugrunde liegen. Beim Mann- Whitney- U Test wird von der Hypothese ausgegangen, die getesteten Datensätze würde eine gleiche Verteilung mit gleichem Mittelwert zugrunde liegen. Das Signifikanzniveau liegt bei 5%.

5.2. Auswertung der Daten

5.2.1. Korrelation: MathDuel und APM

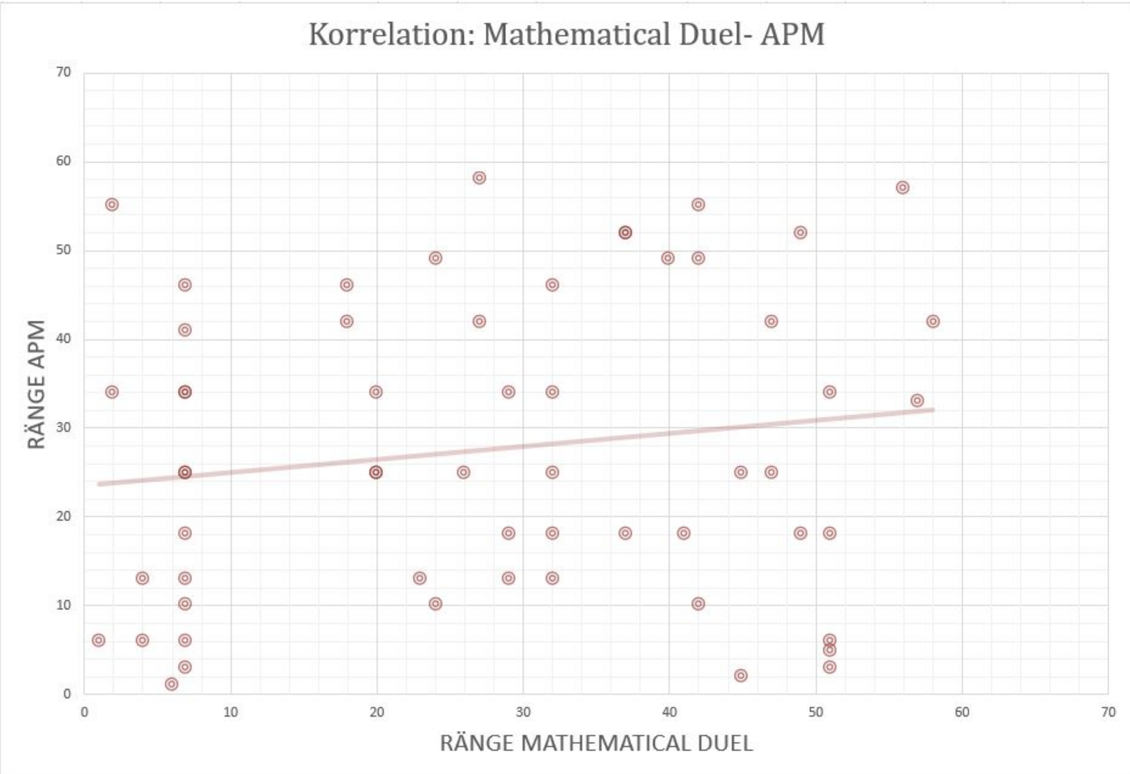

Abb. 5.4.: Korrelation: Mathematical Duel- APM

In diesem Diagramm sind nicht die Messwerte an sich, sondern ihre Ränge aufgetragen. Daher kann ein Datenpunkt im Diagramm für die Ränge mehrerer, gleicher

Messwerte stehen. So gibt es beispielsweise zwei Messpunkte x_1 und x_2 denen beiden die Koordinaten $(7, 34)$ zugeordnet wurden. Grund dafür ist, dass zwei Testpersonen sowohl beim APM- Test als auch beim Mathematical Duel bei gleichen Aufgaben gleich viel Punkte erhielten und ihre Messwerte daher gleiche Ränge erhielten. Datenpunkte im Diagramm, die für die Ränge mehrerer Messwerte stehen, sind in ihrer Farbgebung intensiver eingezeichnet, als jene die nur für den Rang eines Datenpunktes stehen. Darüber hinaus befindet sich in jedem der folgenden Diagramme eine Trendgerade, die eine grobe Orientierung über die Korrelation der erhobenen Daten geben soll. Im Falle dieses Datensatzes hatte Kendall's Tau den Wert $\tau = 0.1536$. Im Unterschied zu Pearson's r und Spearman's ρ beschreibt Kendall's Tau die Differenz der Wahrscheinlichkeit, dass die beobachteten Daten dieselbe Rangfolge haben und der Wahrscheinlichkeit, dass die Daten verschiedene Rangfolgen haben. Bei dieser Korrelation ist Tau nicht viel größer als Null, daher wird nur von einer leicht positiven Korrelation ausgegangen.

5.2.2. Korrelation: MathDuel und TSD-Z

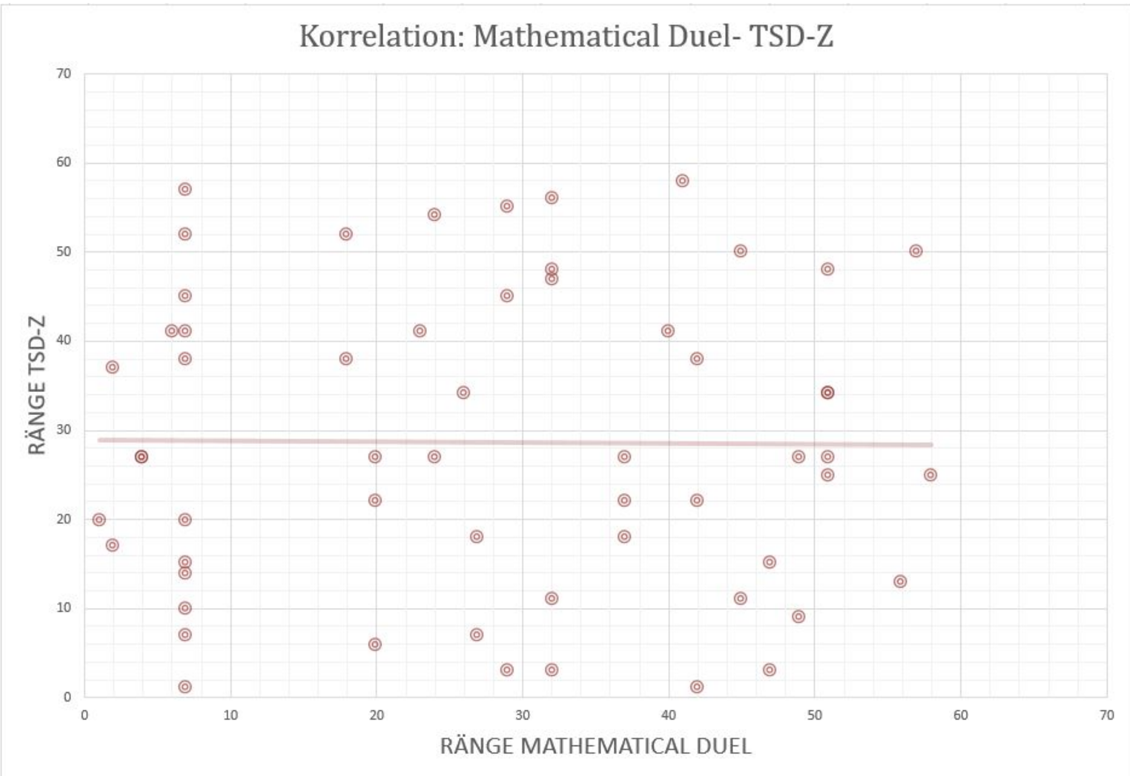

Abb. 5.5.: Korrelation: Mathematical Duel- TSD-Z

In diesem Daigramm ist die Trendgerade beinahe parallel zur x- Achse, es konnte also keine (signifikante) Korrelation zwischen den Ergebnissen des TSD-Z und den Ergebnissen des Mathematical Duels festgestellt werden. Dieser erste Eindruck wird auch durch die Berechnung von Kendall's Tau bestätigt, $\tau = 0.0555$. Die Datenpunkte des (Ränge-)Diagrammes weisen keine auffälligen Anhäufungen in einem Bereich des Diagrammes auf, sondern sind annähernd gleichmäßig verteilt. Nur die Datenpunkte mit Koordinaten $(4, 27)$ und $(51, 34)$ repräsentieren die Ränge zweier gleicher Messwerte.

5.2.3. Korrelation: MathDuel- Kriterium der Perspektive beim TSD-Z

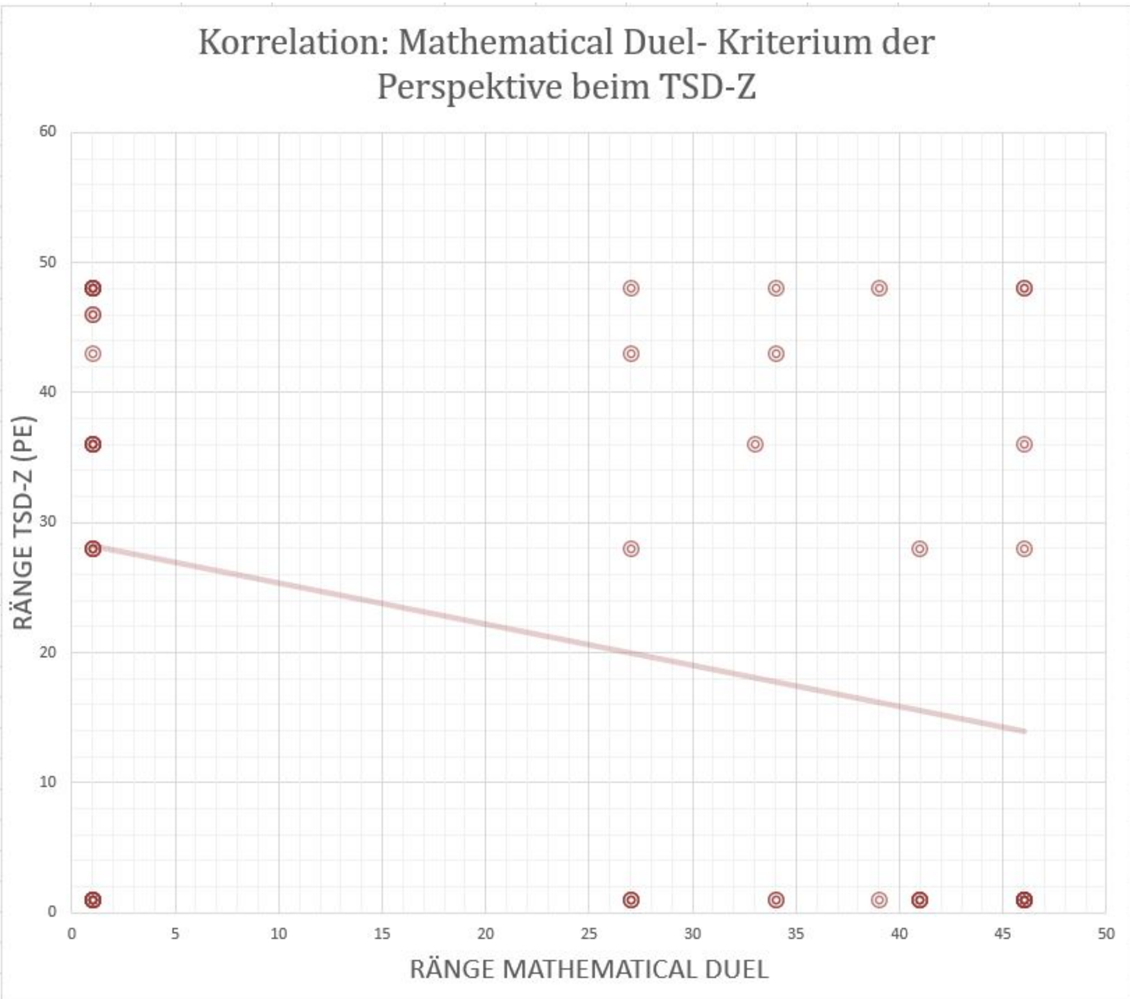

Abb. 5.6.: Korrelation: Mathematical Duel- Kriterium der Perspektive beim TSD-Z

Die negative Steigung der Trendgeraden erklärt sich unter der Berücksichtigung, dass der Datenpunkt mit den Koordinaten $(46, 1)$ die Ränge von neun Messwerten repräsentiert, jener mit den Koordinaten $(41, 1)$ immerhin noch die Ränge dreier Messwerte. Auch der Datenpunkt mit Koordinaten $(1, 1)$ ist Vertreter für die Ränge von sieben gleichen Messwerten. Auf die Datenpunkte mit Koordinaten $(1, 28)$, $(1, 36)$, und $(1, 48)$ entfallen immerhin mindestens vier gleiche Messpunkte. Die Berechnung von Kendall's Tau ergab einen Wert von $\tau = -0.385$, es handelt sich dementsprechend um eine negative Korrelation. Auffallend am Diagramm ist außerdem, dass sich die Datenpunkte in vier grobe Gruppierungen unterteilen lassen. In der ersten Gruppe befindet sich nur ein Datenpunkt, der Punkt mit den Koordinaten $(1, 1)$. In der zweiten Gruppe befinden sich Datenpunkte, die für ein schlechtes Ergebnis beim Mathematical Duel, aber für ein gutes, bis sehr gutes Ergebnis beim TSD-Z in der Kategorie Perspektive sprechen. Dagegen findet sich ein Gruppierung von Datenpunkten, die für ein gutes, bis sehr gutes Ergebnis beim Mathematical Duel, aber ein schlechtes Ergebnis beim TSD-Z in der Kategorie Perspektive sprechen. Die letzte Gruppe von Datenpunkten besteht aus mittleren bis hohen Rängen für beide Testungen (MathDuel und TSD-Z (Pe)).

5.2.4. Korrelation: MathDuel- Kriterium der thematischen Verbindung beim TSD-Z

Die Trendgerade befindet sich im oberen drittel des Diagrammes, woraus geschlosssen werden kann, dass viele Schüler und Schülerinnen eine hohe Punkteanzahl für die Kategorie thematische Verbindung beim TSD-Z erhielten. Unterstüzt wird diese Beobachtung durch Anzahl und Mehrfachbesetzung der Datenpunkte mit den Koordinaten $(15, y)$. Die Trendgerade selber hat eine leicht negative Steigung, was für eine dementsprechende Korrelation spricht. Unter diesen Voraussetzungen ist es nicht verwunderlich, dass der Wert von Kendall's Tau gleich $\tau = -0.084$ beträgt.

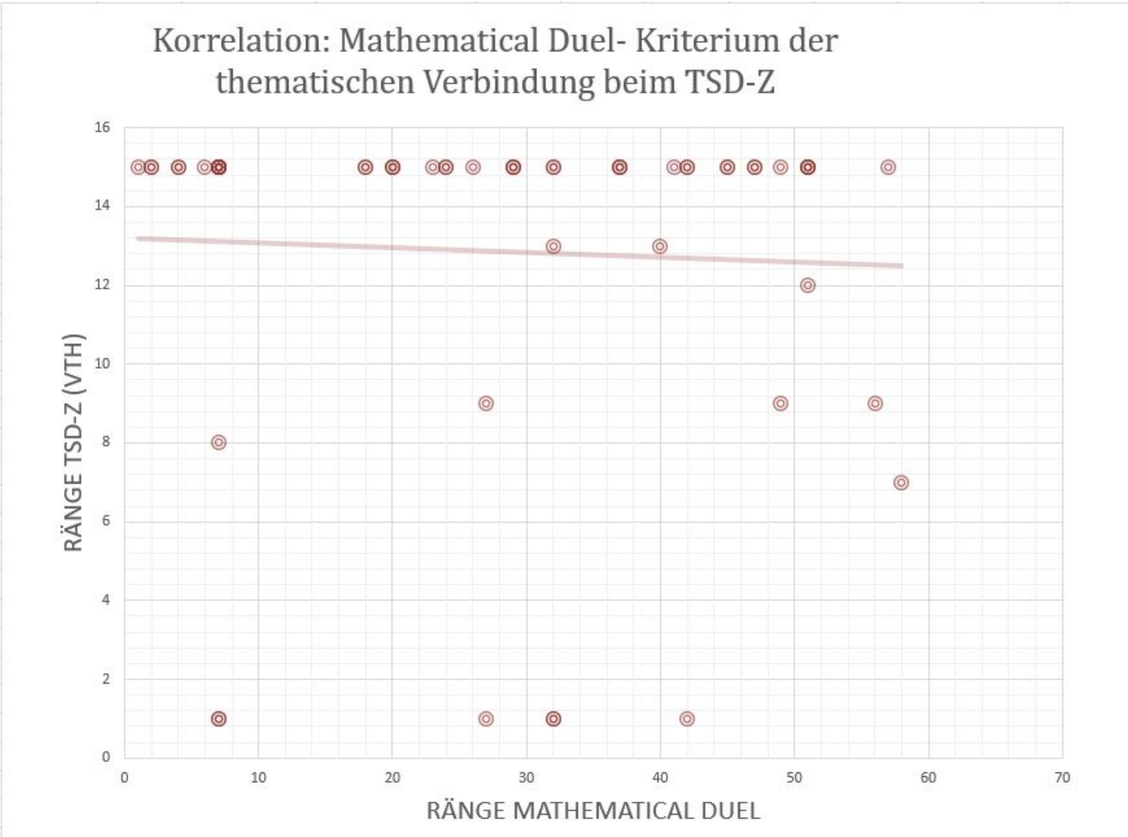

Abb. 5.7.: Korrelation: Mathematical Duel- Kriterium der thematischen Verbindung beim TSD-Z

6. Diskussion

6.1. Der Einfluss von fluider Intelligenz und Kreativität auf mathematische Begabung

6.1.1. Zu den Ergebnissen der Korrelation zwischen MathDuel & APM-Testung

Wie in Abb. 5.4 ersichtlich ist, bestand zwischen den Testergebnissen des Mathematical Duels und den Testergebnissen der APM-Testung eine leicht positive Korrelation ($\tau = 0.1536$). Dass diese Korrelation nicht höher ausgefallen ist, könnte an den Rahmenbedingungen des MathDuels liegen. Möglicherweise greifen Schüler und Schülerinnen beim Lösen der Wettbewerbsaufgaben vor allem auf deklaratives Wissen zurück. In diesem Falle würde das Testergebnis beim Mathematical Duel eher durch die *kristalline Intelligenz*, und weniger durch die *fluide Intelligenz* der Schüler und Schülerinnen beeinflusst werden (siehe Abschnitt 1.2). Unterstützt wird diese Vermutung durch die Ergebnisse der Mann- Whitney- U- Tests (siehe Abschnitt 5.1.1.1, Tab. 5.1 und Abschnitt 5.1.1.3, Tab. 5.2). Es konnte durch diese Testungen gezeigt werden, dass sich die Ergebnisse beim Mathematical Duel von Schülern und Schülerinnen aus dem Allstar- Team signifikant von Ergebnissen der Schüler und Schülerinnen anderer Teams unterschieden. Dieses Ergebnis ließ sich nur zum Teil für die APM- Testung replizieren. Für zwei von vier anderen Gruppen wurde ein signifikanter Unterschied zu den Ergebnissen des Allstar- Teams festgestellt.

Daraus folgt, dass *fluide Intelligenz* keinen ausschlaggebender Faktor für ein gutes Testergebnis beim Mathematical Duel darstellte.

6.1.2. Zu den Ergebnissen der Korrelation zwischen MathDuel & TSD-Z

Da der Tau- Wert bei dieser Überprüfung annähernd Null betrug ($\tau = 0.0555$), kann davon ausgegangen werden, dass die Ergebnisse des MathDuels und jene des TSD-Z nicht miteinander korrelieren (siehe Abschnitt 5.2.2, Abbildung 5.5). Dieses Ergebnis kann mehrere Gründe haben:

Während des Wettbewerbes befinden sich die Schüler und Schülerinnen in einer klassischen Testsituation: Auf ihnen lastet der Leistungsdruck, innerhalb einer bestimmten Zeitspanne, möglichst viele Beispiele korrekt zu lösen. Wie Kogan et al. (1965) schon bemerkten, ist eine solche Testsituation nicht unbedingt förderlich für Kreativität (siehe Abschnitt 3.2.5).

Eine andere Erklärung betrifft den Mathematikunterricht: Ob und in welchem Ausmaße Unterricht Kreativität fördert, hängt von der Gestaltung des Unterrichts ab: Ein Kreativitäts-fördernder Mathematikunterricht ist beispielsweise ein solcher, der die Schüler und Schülerinnen dazu anregt, selbstständig Lösungswege und neue Fragestellungen zu einem gegebenen Problem zu entwickeln. In diesem Zusammenhang spricht Sheffield (2009) neben Flüssikeit, Flexibilität und Originalität auch von Verständnistiefe, Elaboration und Eleganz sowie Extension als Kriterien mathematischer Kreativität (siehe Abschnitt 2.6). Damit umfasst sie nicht nur quantitative, sondern auch qualitative Merkmale mathematischer Kreativität. Aus verschiedenen Gründen kann es vorkommen, dass sich die Schwerpunkte des Unterrichts nicht unbedingt an der Förderung von Kreativität orientieren, sondern andere Ziele als wichtiger empfunden werden. Genießen Schüler und Schülerinnen einen Unterricht, der tendenziell weniger Wert auf die Förderung von Kreativität legt, liegt die Vermutung nahe, dass sie beim Lösen der Aufgaben vom MathDuel nicht versuchen werden neue, originelle Lösungswege zu entwickeln, sondern eher auf bereits erlernte Lösungsstrategien zurückgreifen.

6.1.3. Resümee

Weder die Annahme *fluider Intelligenz*, noch die Annahme Kreativität sei ausschlaggebend für die Ergebnisse beim MathDuel, konnte bestätigt werden. Gründe dafür lassen sich zum einem in der Testsituation selber, zum anderem bei den gefragten Fähigkeiten zur Lösung von Testaufgaben beim MathDuel wiederfinden. Ein anderes wichtiges Zwischenergebnis betrifft die Frage der Relevanz von gezielter Förderung in Bezug auf mathematische Begabung. Diese letzte Frage eröffnet ein großes Thema, nämlich das der Hochbegabung und Begabtenförderung. Da dies den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde, soll dem an dieser Stelle nicht weiter nachgegangen werden. Außer Frage steht jedenfalls, dass dies ein wichtiges Thema beispielsweise wirtschaftlicher Interessen darstellt.

6.2. Der Einfluss domänenübergreifender, kreativer Fähigkeiten auf die mathematische Begabung

6.2.1. Zu den Ergebnissen der Korrelation zwischen MathDuel & TSD-Z (Pe)

Die Hypothese aus Abschnitt 4.4.1 über die Beziehung einer guten räumlichen Wahrnehmung, die sich über perspektivisches Zeichnen ausdrückt, und den geometrischen Aufgaben beim Mathematical Duel erklärt Datenpunkte im oberen rechten Eck des Diagrammes und Datenpunkte im unteren linken Eck des Diagrammes (siehe Abschnitt 5.2.3, Abbildung 5.6). Datenpunkte im oberen rechten Eck stehen für Schüler und Schülerinnen, die eine hohe Punktezahl bei geometrischen Aufgaben des MathDuels erreicht und eine gute Bewertung für perspektivisches Zeichnen beim TSD-Z bekommen haben. Datenpunkte im linken unteren Eck stehen dagegen für Schüler und Schülerinnen, die sowohl bei geometrischen Aufgaben des MathDuels, als auch beim perspektivischen Zeichnen im Rahmen des TSD-Z keine hohe Punktezahl erreichen konnten. Bei der Interpretation von Datenpunkten, die für Schüler und Schülerinnen stehen, welche nur bei einer der jeweiligen Aufgaben bei den zwei Testungen besonders hohe Scores erzielten, versagt die Hypothese. Eine Erklärung dafür könnte sein, dass bei den Geometrieaufgaben auch andere mathematische Fähigkeiten, und nicht nur ein gutes räumliches Vorstellungsvermögen, von Bedeutung waren. Dies würde erklären, wieso Jugendliche, deren Zeichnungen beim TSD-Z besonders gut perspektivisch dargestellt waren, nur eine niedrige Punktezahl bei den geometrischen Aufgaben des Mathematical Duels erreichten. Und es würde auch erklären, warum Schüler und Schülerinnen, die bei den geometrischen Aufgaben des MathDuels gut abschnitten trotzdem nur eine niedrige Punktezahl in der Kategorie perspektivisches Zeichnen beim TSD-Z erhielten.

6.2.2. Zu den Ergebnissen der Korrelation zwischen MathDuel & TSD-Z (Vth)

Aus Abbildung 5.7 in Abschnitt 5.2.4 kann geschlossen werden, dass sich auch die letzte Hypothese als nicht haltbar erweist. Zwar hatten die Schüler und Schülerinnen durchaus eine hohe Punkteanzahl in der Kategorie thematische Verbindung beim TSD-Z, aber nicht notwendigerweise eine hohe Gesamtpunkteanzahl beim MathDuel erreicht. Die hohen Werte in der Kategorie thematische Verbindung spiegeln sich in den Zeichnungen der Schüler und Schülerinnen wider: Viele von ihnen brachten ihre aktuellen Interessen und Hobbies zum Ausdruck (Motive waren z.B. Musikinstrumente einer Rockband, Autos, ...), einige beschrieben eine bestimmte Szene einer erfundenen Geschichte (Motive waren z.B. ein Cowboy der auf einem Pferd reitet, Bösewicht der eine zweite Person erschießt,...), andere malten eine schöne Szenerie (Haus mit Garten, Landschaft mit Bergen im Hintergrund...).

6.2.3. Resümee

Es sollen drei Gründe genannt werden, warum es sein könnte, dass sich keine der zwei Thesen aus 6.2.1, 6.2.2 als haltbar erwies. Eine Begründung wurde bereits in

Abschnitt 6.1.1 gegeben: Dort wurde die Vermutung aufgestellt, dass die Rahmenbedingungen der Testsituation beim MathDuel kreatives Denken der Schüler und Schülerinnen nicht unbedingt unterstützen. Eine andere mögliche Begründung liegt in der gewählten Methode, die für die Messung von mathematischer Kreativität in dieser Arbeit herangezogen wurde. Unter Umständen wäre es zur Erforschung von Kreativität im mathematischen Kontext förderlicher, nicht nur Ergebnisse von Testungen zu vergleichen, sondern auch die unterschiedlichen Lösungswege der Schüler und Schülerinnen zu gegebenen Aufgaben zu betrachten. Leikin et al. (2009a) wählte einen solchen Ansatz für ihre Untersuchung mathematischer Kreativität (siehe Abschnitt 2.6). Vielleicht wurden aber auch einfach Fähigkeiten zur Untersuchung ausgewählt, die zwar relevant für die eine positive Berwertung beim TSD-Z waren, nicht jedoch bei der Lösung der Aufgaben beim MathDuel.

Teil III.

Resümee

7. Zusammenfassung

Ziel dieser Diplomarbeit war es, die Einflüsse von Intelligenz und Kreativität auf mathematische Begabung zu untersuchen. Der theoretische Teil der Arbeit beschäftigte sich daher vor allem mit unterschiedlichen Modellen, Theorien und Forschungsansätzen zu Intelligenz und Kreativität. In diesem Teil wurden berühmte Modelle der Intelligenz und Kreativität vorgestellt (z.B. Spearman's „g"- Faktor oder Guilford's „Structure of Intellect" Modell), wichtige Begrifflichkeiten und Definitionen erklärt (fluide Intelligenz, Ideenflüssigkeit,...) und erste Einblicke in die theoretischen Hintergründe der in dieser Arbeit verwendeten psychologischen Tests (APM und TSD-Z) gegeben. Ein wichtiger Aspekt dabei war, neben den „klassischen" Untersuchungen und Theorien auch solche vorzustellen, die sich mit mathematischen Denk- und Problemlöseprozessen sowie mathematischer Kreativität auseinandergesetzt hatten. Als Beispiele wären hier die Ansätze von Leikin et al. (2009b), Carroll (1993) oder Ervynck (1991) zu nennen. Außerdem wurde die Beziehung von Intelligenz und Kreativität beleuchtet. Als wichtiges Resultat ist festzuhalten, dass Konstruktvorstellungen von Intelligenz und Kreativität, sowie die (diesen Vorstellungen zugrunde liegende) Methodenwahl zur Untersuchung dieser Konstrukte weitgehend Einfluss auf die prognostizierte Art und das vermutete Ausmaß der Beziehung von Intelligenz und Kreativität haben. Es konnten daher noch keine Hinweise auf den Ausgang der Untersuchung im praktischen Teil der Arbeit gefunden werden.

Der praktische Teil der Arbeit befasst sich mit der Intelligenz- und Kreativitätstestung von 58 Schülern und Schülerinnen, die an an dem mathematischen Wettbewerb, „Mathematical Duel", im März 2017 teilnahmen. Getestet wurden diese Schüler und Schülerinnen mit dem Test zum schöpferischen Denken (TSD-Z) zur Messung kreativen Potentials und dem Advanced Progressive Matrices- Test (APM- Test) zur

Messung fluider Intelligenz. Die Ergebnisse dieser Testungen wurden anschließend mit den Ergebnissen des Mathematical Duels korreliert. Ausgangspunkt war die Hypothese, dass sowohl fluide Intelligenz, als auch kreatives Potential einen ungefär gleich großen Einfluss auf die Ergebnisse des Mathematical Duels haben würden. Diese Hypothese konnte durch die Testung jedoch nicht bestätigt werden, die Werte der Korrelationen waren in beiden Fällen annähernd Null. Gegebene Rahmenbedingungen der Testsituation und gefragte mathematische Fähigkeiten bei der Lösung der Aufgabenstellung beim Mathematical Duel könnten dieses Untersuchungsergebnis erklären. Auch der Einfluss einzelner Fähigkeiten, die beim TSD-Z zur Erreichung einer hohen Punktezahl in ausgewählten Kriterien zur Bewertung des Testes erforderlich waren, hatten keinen Einfluss auf die Bewertungen der Schüler und Schülerinnen beim Mathematical Duel. Ein Grund dafür könnte die getroffene Auswahl der Fähigkeiten sein.

8. Ausblick

Ziegler (2008) schreibt in seinem Buch „Hochbegabung“:
„Die Ergebnisse der einschlägigen Forschungsstudien belegen, dass die Gleichsetzung von Hochbegabung mit einer hohen gemessenen Intelligenz jeglicher empirischer Grundlage entbehrt“ (Ziegler, 2008, S. 29)
Er zeigt in seinen Ausführungen auf, dass der IQ eine monokausale Erklärung darstellt, die Einflüsse von außen nicht berücksichtigt und der Komplexität und Vielschichtigkeit menschlicher Intelligenz nicht gerecht werden kann. Als umfassendere Theorien zur Intelligenz nennt Ziegler beispielsweise Renzulli's „Three Ring Theory“ (siehe Abschnitt 3.2.3) oder Carrolls „Three Stratum Theory“ (siehe Abschnitt 1.4). Es ist also nicht verwunderlich, dass neben dem IQ auch Kreativität und Konstrukte, wie praktische & soziale Intelligenz in der Psychologie erforscht werden. Guilford (1950) verwies schon damals auf die Dringlichkeit Kreativität zu fördern und zu erforschen (siehe das Zitat von Guilford in Abschnitt 2.3). Goodlad (2004) beobachtete den Unterricht in mehr als tausend Klassenräumen:
„We observed that, on average, about 75% of class time was spend on instruction and that nearly 70% of this was „talk“ – usually teacher to students. Teachers out-talked the entire class of students by a ratio of about three to one. [...] These findings are so consistent in the schools of our sample that I have difficulty assuming that things are much different in schools elsewhere [...] the bulk of this teacher talk was instructing in the sense of telling. Barely 5% of this instructional time was deigned to create students' anticipation of needing to respond. Not even 1% required some kind of open response involving reasoning or perhaps an opinion from students.“ (Goodlad, 2004, S. 229)

Bilder, wie Goodlad sie vom Unterricht zeichnet, gehören hoffentlich bald der Vergangenheit an. Kreatives Denken im Sinne von Fähigkeiten die es ermöglichen eigenständige, innovative Ideen zur Lösung von Problemen zu generieren, sind heute fester Bestandteil einer Definition von Begabung und werden mittlerweile auch immer mehr im Unterricht gefördert. Neben Selbstwert und Motivation sind vor allem lange Lernzeiten ein guter Prädiktor für hohe Leistungen in einem bestimmten Bereich. Ziegler spricht in diesem Zusammenhang von einem Zeitraum von mehr als 10000 Stunden. Auch die Ergebnisse der Untersuchung in dieser Diplomarbeit legen solche Annahmen nahe. Ein überraschendes Zwischenergebnis stellten die Unterschiede der Ergebnisse beim Mathematical Duel zwischen dem Team der Allstars und den anderen Teams dar. Dieses Resultat kann durchaus durch die gezielte Förderung der Schüler und Schülerinnen erklärt werden. Als positive Konsequenz für den Lehrberuf ergibt sich, dass kein Kind und kein Jugendlicher von vornherein begabt oder unbegabt in einem Fach ist- jeder Schüler, jede Schülerin hat die Möglichkeit bis zu einem gewissen Grad eine Begabung in einem bestimmten Bereich auszubilden, insofern diese Entwicklung unterstützt und gefördert wird. Untersuchungen zur Kreativität und Intelligenz sollen dabei helfen.

Literatur

Literatur

Spearman, Charles E. (1904). »"General Intelligence", Objectively Determined and Measured«. In: *The American Journal of Psychology* 15.2, S. 201. DOI: 10.2307/1412107.

Amelang, Manfred, Dieter Bartussek, Dirk Hagemann und Gerhard Stemmler (2010). *Differentielle Psychologie und Persönlichkeitsforschung*. Kohlhammer Standards Psychologie. Kohlhammer. ISBN: 9783170210080.

Cattell, Raymond B. (1963). »Theory of fluid and crystallized intelligence: A critical experiment.« In: *Journal of Educational Psychology* 54.1, S. 1–22. DOI: 10.1037/h0046743.

Robert J. Sternberg Jacques Lautrey, Todd I. Lubart (2003). *Models of Intelligence. International Perspectives*. Hrsg. von Todd I. Lubart Robert J. Sternberg Jacques Lautrey. American Psychological Association. 373 S. ISBN: 1-55798-971-0.

Sternberg, Robert J. (1984). *Beyond IQ: A Triarchic Theory of Human Intelligence*. Cambridge University Press. ISBN: 0-521-26254-2.

– (1996). »What is Mathematical Thinking«. In: Sternberg, Robert J. und Talia Ben-Zeev. *The Nature of Mathematical Thinking*. Hrsg. von Talia Ben-Zeev Robert J. Sternberg. Lawrence Erlbaum Associates, S. 303–318.

Mayer, Richard E. und Mary Hegarty (1996). »The Process of Understanding Mathematical Problems«. In: Sternberg, Robert J. und Talia Ben-Zeev. *The Nature of Mathematical Thinking*. Hrsg. von Talia Ben-Zeev Robert J. Sternberg. Lawrence Erlbaum Associates, S. 29–55.

Leikin, Roza, Abraham Berman und Boris Koichu (2009a). »Mathematical Giftedness as a Quality of Problem- Solving Acts«. In: *Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students*. Hrsg. von Roza Leikin, Abraham Berman und Boris Koichu. Sense Publishers, S. 115–128. ISBN: 9087909349.

– (2009b). *Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students*. Hrsg. von Roza Leikin, Abraham Berman und Boris Koichu. Sense Publishers. 420 S. ISBN: 9087909349.

Carroll, John B. (1993). *Human Cognitive Abilities: a survey of the factor-analytic studies*. Cambridge University Press. 819 S.

– (1996). »Mathematical Abilities: Some Results From Factor Analysis«. In: Sternberg, Robert J. und Talia Ben-Zeev. *The Nature of Mathematical Thinking*. Hrsg. von Talia Ben-Zeev Robert J. Sternberg. Lawrence Erlbaum Associates, S. 3–26.

Stanley, Julian C. (1997). »Varieties of Intellectual Talent1«. In: *The Journal of Creative Behavior* 31.2, S. 93–119. DOI: 10.1002/j.2162-6057.1997.tb00783.x.

Goldstein, Sam, Dana Princiotta und Jack A. Naglieri (2014). *Handbook of Intelligence. Evolutionary Theory, Historical Perspective and Current Concepts*. Hrsg. von Sam Goldstein, Dana Princiotta und Jack A. Naglieri. Springer. 498 S. ISBN: 9781493915620.

Sriraman, Bharath (2009). »The characteristics of mathematical creativity«. In: *ZDM* 41.1, S. 13–27. ISSN: 1863-9690. DOI: 10.1007/s11858-008-0114-z.

Ervynck, Gontran (1991). »Mathematical Creativity«. In: Tall, David. *Advanced Mathematical Thinking*. Hrsg. von David Tall. Kluwer Academic Publishers, S. 42–53. ISBN: 0-7923-1456-5.

Urban, Klaus K. (2004). *Kreativität: Herausforderung für Schule, Wissenschaft und Gesellschaft*. Lit. ISBN: 9783825882440.

Wallas, Graham (1926). *The Art of Thought*. Jonathan Cape. 320 S.

Poincaré, Henri (1908). »L'Invention Mathématique«. In: *L'Enseignement Mathématique* 10.1, S. 357–371. DOI: 10.5169/seals-10977. URL: http://doi.org/10.5169/seals-10977.

Ulmann, Gisela (1973). *Kreativitätsforschung*. Hrsg. von Gisela Ulmann. Kiepenheuer & Witsch, S. 391. ISBN: 3-462-00924-9.

Liljedahl, Peter G. (2005). »Mathematical discovery and affect: the effect of AHA! experiences on undergraduate mathematics students«. In: *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 36.2-3, S. 219–234. DOI: 10.1080/00207390412331316997. eprint: http://dx.doi.org/10.1080/00207390412331316997. URL: http://dx.doi.org/10.1080/00207390412331316997.

Guilford, Joy Paul (1950). »Creativity.« In: *American Psychologist* 5.9, S. 444–454. DOI: 10.1037/h0063487.

– (1959). »Three faces of intellect.« In: *American Psychologist* 14.8, S. 469–479. DOI: 10.1037/h0046827.

Torrance, Ellis Paul (1974). *Norms technical manual: Torrance Test of Creative Thinking.*

Guilford, Joy Paul (1956). »The Strucutre of Intellect«. In: *Psychological Bulletin* 53.4. Hrsg. von Dannis Wayne, S. 267–293. DOI: 10.1037/h0040755.

Stern, Elsbeth und Aljoscha Neubauer (2016). »Intelligenz: kein Mythos, sondern Realität«. In: *Psychologische Rundschau* 67.1, S. 15–27. DOI: 10.1026/0033-3042/a000290.

Guilford, Joy Paul (1966). »Intelligence: 1965 model.« In: *American Psychologist* 21.1, S. 20–26. DOI: 10.1037/h0023296.

Torrance, Ellis Paul (1993). »Understanding Creativity: Where to Start?« In: *Psychological Inquiry* 4.3, S. 232–234. ISSN: 1047840X.

Renzulli, Joseph S. (1978). »What Makes Giftedness? Reeaxamining a Definition«. In: *Phi Delta Kappan* 60.3, S. 180–184.

Sheffield, Linda Jensen (2009). »Developing Mathematical Creativity- Question my be the Answer«. In: Leikin, Roza, Abraham Berman und Boris Koichu. *Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students.* Hrsg. von Roza Leikin, Abraham Berman und Boris Koichu. Sense Publishers, S. 87–100. ISBN: 9087909349.

Mainberger, Ursula (1977). *Test zum Divergenten Denken (Kreativität).* Beltz.

Sternberg, Robert J. und Linda A. O'Hara (1999). »Creativity and Intelligence«. In: *Handbook of Creativity.* Cambridge University Press, S. 251–272. ISBN: 9780521576048.

Plucker, Jonathan A., Amber Esping, James C. Kaufman und Maria J. Avitia (2014). »Creativity and Intelligence«. In: *Handbook of Intelligence.* Hrsg. von Sam Goldstein, Dana Princiotta und Jack A. Naglieri. Springer New York, S. 283–316. ISBN: 9781493915620.

Guilford, Joy Paul (1967). *The nature of human intelligence*. McGraw-Hill series in psychology. McGraw-Hill.

– (1970). »Creativity: Retrospect and prospect«. In: *Journal of Creative Behavior* 4, S. 149–168.

– (1975). »A quater century of progress«. In: *Perspectives in creativity*. Hrsg. von Irving A. Taylor. Chicago : Aldine, S. 37–59.

Cattell, Raymond B. (1971). *Abilities: Their structure, growth, and action*. Houghton Mifflin.

Sternberg, Robert J. (1999a). »The Theory of Successful Intelligence«. In: *Review of General Psychology* 3.4. Hrsg. von Peter Salovey, S. 292–316.

Sternberg, Robert J., Elena L. Grigorenko und James C. Kaufman (2008). *Applied Intelligence*. Cambridge University Press, S. 419.

Sternberg, Robert J. (2003). *Wisdom, Intelligence, and Creativity Synthesized*. Cambridge University Press. ISBN: 9780511509612.

– (1999b). *Handbook of Creativity*. Hrsg. von Robert J. Sternberg. Cambridge University Press, S. 490. ISBN: 9780521576048.

Renzulli, Joseph S. (1986). »The three- ring conception of giftedness: A developmental model for creative productivity«. In: Sternberg, Robert J. und Janet E. Davidson. *Conceptions of giftedness*. Hrsg. von Robert J. Sternberg und Janet E. Davidson. Cambridge Univ. Press.

Mönks, Franz J. (1995). »Hochbegabung- ein Mehrfaktorenmodell«. In: *Grundschule* 28, S. 15–18.

Getzels, Jacob W. und Philip W. Jackson (1962). *Creativity and intelligence : explorations with gifted students*. London: Wiley.

Karen D. Fuchs-Beauchamp Merle B. Karnes, Lawrence J. Johnson (1993). »Creativity and Intelligence in Preschoolers«. In: *Gifted Child Quarterly* 37.3, S. 113–117.

Robert W. Weisberg, Jason M. Chein (2010). »Working memory and insight in the nine-dot problem«. In: *Memory & Cognition* 38.7, S. 883–892.

Weisberg, Robert W. und Jason M. Chein (2014). »Working memory and insight in verbal problems: analysis of compound remote associates«. In: *Memory & cognition* 42.1. DOI: 10.3758/s1342101303434.

Kogan, Nathan und Michael A. Wallach (1965). *Modes of Thinking in Young Children*. Holt,Rinehart & Winston.

User, Super (2017). *Mathematical Duel. international mathematical competition website*. Hrsg. von Super User. URL: http://mathematicalduel.eu/index.php (abgerufen am 26. Juni 2017).

Raven, J.C., J. Raven und J.H. Court (1998). *Matrizen-Test-Manual Band 1*. Beltz-Test GmbH.

Carpenter, Patricia A., Marcel Adam Just und Peter Shell (1990). »What One Intelligence Test Measures: A Theoretical Account of the Processing in the Raven Progressive Matrices Test.« In: *Psychological Review* 97.3, S. 404–431.

Urban, Klaus K. und Hans G. Jellen (2010). *Test zum schöpferischen Denken- Zeichnerisch (TSD-Z)*. 2. Aufl. Pearson Assessment & Information GmbH.

Hong, Eunsook und Roberta M. Milgram (2010). »Creative Thinking Ability: Domain Generality and Specificity«. In: *Creativity Research Journal* 22.3, S. 272–287.

Baer, John (1998). »The Case for Domain Specificity or Creativity«. In: *Creativity Research Journal* 11.2, S. 173–177. DOI: 10.1207/s15326934crj1102_7.

Plucker, Jonathan A. (1998). »Beware of Simple Conclusions: The Case for Content Generality of Creativity«. In: *Creativity Research Journal* 11.2, S. 179–182. DOI: 10.1207/s15326934crj1102_8.

Ziegler, Albert (2008). *Hochbegabung (utb Profile 3018) (German Edition)*. Reinhardt. ISBN: 978-3825230180.

Goodlad, John L. (2004). *A place called school*. New York : McGraw-Hill, S. 413.

Verzeichnisse

Abbildungen

Tabellen

Anhang

	Mathduell					APM-Test Set 1			APM-Test Set 2		
	TA 1	TA 2	TA 3	TA 4	Σ	Falsch	Fehlt	Korrekt	Falsch	Fehlt	Korrekt
Bil A1	0	8	0	1	9	0	0	12	3	4	29
Bil A2	0	8	6	3	17	0	0	12	2	3	31
Bil A3	8	7	1	0	16	0	0	12	2	5	29
Bil A4	0	8	0	6	14	0	0	12	1	7	28
Bil B1	3	4	1	0	8	2	0	10	12	0	24
Bil B2	6	8	8	0	22	0	0	12	2	6	28
Bil B3	0	7	8	0	15	0	0	12	2	12	22
Bil B4	4	8	8	0	20	0	0	12	2	2	32
Bil C1	8	1	0	4	13	0	0	12	3	9	24
Bil C2	8	2	0	0	10	1	0	11	5	5	26
Bil C3	8	0	8	7	23	0	0	12	5	8	23
Bil C4	5	6	8	6	25	0	0	12	1	2	33
Cho A1	8	8	0	0	16	0	0	12	5	8	23
Cho A2	0	8	8	1	17	0	0	12	1	4	31
Cho A3	7	8	0	1	16	0	0	12	2	8	26
Cho A4	0	6	8	8	22	1	0	11	2	10	24
Cho B1	8	8	8	0	24	0	0	12	3	10	23
Cho B2	4	7	8	0	19	0	0	12	2	11	23
Cho C1	2	0	0	6	8	0	0	12	2	8	26
Cho C2	8	0	1	8	17	0	0	12	2	11	23
Cho C3	8	8	8	5	29	0	0	12	4	7	25
Cho C4	8	7	8	8	31	0	0	12	2	6	28
Pre A1	8	0	1	0	9	0	0	12	7	1	28
Pre A3	0	8	0	6	14	0	0	12	2	0	34
Pre A4	8	8	0	2	18	1	0	11	1	5	30
Pre B1	8	8	8	0	24	1	1	10	2	16	18
Pre B2	0	4	0	0	4	0	0	12	2	8	26
Pre B3	0	4	8	0	12	1	0	11	2	4	30
Pre B4	0	7	8	0	15	1	0	11	5	5	26

	Mathduell					APM-Test Set 1			APM-Test Set 2		
	TA 1	TA 2	TA 3	TA 4	Σ	Falsch	Fehlt	Korrekt	Falsch	Fehlt	Korrekt
Pre C1	6	1	8	6	21	0	0	12	5	7	24
Pre C2	8	0	0	0	8	0	0	12	5	8	23
Pre C3	8	5	6	2	21	1	0	11	7	12	17
Pre C4	8	0	0	2	10	0	0	12	1	11	24
All A1	0	8	0	0	8	0	0	12	4	6	26
All A2	0	8	0	0	8	0	0	12	2	7	27
All A3	0	8	0	0	8	0	0	12	3	9	24
All B1	0	1	3	0	4	0	0	12	1	3	32
All B2	6	0	1	0	7	2	2	8	4	16	16
All B5	5	0	0	0	5	0	0	12	7	9	20
All B6	0	8	0	0	8	0	0	12	2	13	21
All B7	0	1	0	0	1	3	0	9	15	1	20
All C1	8	0	5	3	16	0	0	12	5	9	22
All C2	8	0	0	8	16	0	0	12	4	8	24
All C3	8	0	0	0	8	2	0	10	6	10	20
All C4	8	0	0	0	8	1	0	11	5	9	22
All C5	8	0	0	0	8	1	0	11	5	13	18
All C7	0	0	0	5	5	1	1	10	4	10	22
Kep A1	0	8	1	1	10	0	0	12	5	7	24
Kep A2	8	8	0	8	24	0	2	10	0	16	20
Kep A3	0	8	0	0	8	0	0	12	3	4	29
Kep B1	8	8	7	0	23	0	0	12	0	5	31
Kep B2	8	6	6	0	20	1	0	11	3	3	30
Kep B3	8	4	8	0	20	0	0	12	10	5	21
Kep B4	8	8	8	0	24	0	0	12	1	9	26
Kep C1	5	0	3	4	12	2	0	10	15	0	21
Kep C2	8	1	7	8	24	2	0	10	17	0	19
Kep C3	3	0	0	8	11	0	0	12	5	9	22
Kep C4	8	1	0	6	15	0	0	12	4	9	23

		TSD-Z													
		TA 1 WF	TA 2 Eg	TA 3 Ne	TA 4 Vz	TA 5 Vth	TA 6 Bfa	TA 7 Bfu	TA 8 Pe	TA 9 Hu	TA 10 Uka	TA 11 Ukb	TA 12 Ukc	TA 13 Ukc	Σ
Bil A1	Bil A1	5	4	6	6	6	0	0	6	2	0	3	0	0	38
Bil A2	Bil A2	5	6	1	3	6	0	0	3	3	0	3	0	3	33
Bil A3	Bil A3	5	5	6	3	5	6	6	2	3	0	3	3	2	49
Bil A4	Bil A4	6	5	0	1	0	6	6	0	0	0	3	0	3	30
Bil B1	Bil B1	6	5	2	4	6	6	0	0	2	0	0	0	1	32
Bil B2	Bil B2	5	5	1	1	6	0	0	0	0	0	0	0	0	18
Bil B3	Bil B3	5	5	1	1	6	0	0	0	0	0	0	0	0	18
Bil B4	Bil B4	4	6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	3	3	17
Bil C1	Bil C1	5	5	3	6	6	0	0	3	0	3	0	3	2	36
Bil C2	Bil C2	5	5	6	6	6	0	0	2	0	0	0	3	0	33
Bil C3	Bil C3	3	6	0	0	3	0	0	0	0	3	3	0	3	21
Bil C4	Bil C4	5	5	0	0	3	0	3	0	4	0	3	0	2	25
Cho A1	Cho A1	5	6	6	6	6	0	0	0	5	0	3	3	2	42
Cho A2	Cho A2	6	6	3	3	6	6	0	2	3	0	0	0	0	35
Cho A3	Cho A3	5	5	6	6	6	0	0	0	6	0	3	3	1	41
Cho A4	Cho A4	5	6	1	2	6	0	0	2	0	0	0	3	3	28
Cho B1	Cho B1	5	5	5	3	6	0	6	0	6	0	3	0	3	42
Cho B2	Cho B2	6	6	6	6	6	6	6	1	4	0	0	3	2	52
Cho C1	Cho C1	5	5	6	6	6	0	0	6	4	0	3	0	3	44
Cho C2	Cho C2	5	4	4	5	6	0	0	2	3	0	0	0	1	30
Cho C3	Cho C3	6	5	5	6	6	6	3	0	0	3	0	0	3	43
Cho C4	Cho C4	6	6	6	0	1	6	6	0	0	0	0	0	3	34
Pre A1	Pre A1	5	6	6	6	6	0	0	6	3	0	0	3	3	44
Pre A3	Pre A3	4	4	0	0	3	0	0	0	0	3	3	0	3	20
Pre A4	Pre A4	5	4	6	4	5	0	3	0	4	3	3	0	2	39
Pre B1	Pre B1	5	6	6	2	4	0	0	0	4	0	3	3	2	35
Pre B2	Pre B2	5	5	6	6	6	0	0	0	0	0	0	0	1	29
Pre B3	Pre B3	5	5	5	5	6	0	0	6	3	0	0	0	0	35
Pre B4	Pre B4	5	5	6	4	6	0	0	0	3	3	3	3	2	40

		TSD-Z													
		TA 1 WF	TA 2 Eg	TA 3 Ne	TA 4 Vz	TA 5 Vth	TA 6 Bfa	TA 7 Bfu	TA 8 Pe	TA 9 Hu	TA 10 Uka	TA 11 Ukb	TA 12 Ukc	TA 13 Ukc	Σ
Pre C1	Pre C1	6	6	6	5	6	6	0	1	6	0	0	0	1	43
Pre C2	Pre C2	6	5	5	5	2	6	0	1	3	0	3	0	2	38
Pre C3	Pre C3	5	5	1	2	6	0	0	1	0	0	0	3	1	24
Pre C4	Pre C4	5	5	0	2	6	0	0	1	0	0	0	0	0	19
All A1	All A1	5	5	0	1	0	0	0	0	0	0	3	0	3	17
All A2	All A2	5	5	1	4	6	0	0	0	0	0	3	0	3	27
All A3	All A3	5	5	1	6	6	0	0	1	2	0	0	0	2	28
All B1	All B1	6	6	3	4	6	6	0	0	3	0	0	0	3	37
All B2	All B2	5	5	6	4	6	0	0	6	3	0	0	3	1	39
All B5	All B5	6	6	0	4	6	6	0	0	2	0	3	0	2	35
All B6	All B6	5	4	1	4	6	0	0	0	0	0	3	0	0	23
All B7	All B7	5	5	2	4	6	0	0	0	6	0	3	0	1	32
All C1	All C1	4	5	0	2	0	0	0	1	3	0	3	3	3	24
All C2	All C2	4	4	4	1	0	0	0	2	3	0	0	0	0	18
All C3	All C3	5	6	6	6	6	0	0	6	4	0	0	0	0	39
All C4	All C4	5	4	0	1	0	0	3	0	4	0	0	0	3	20
All C5	All C5	6	6	6	6	6	6	6	4	3	0	0	0	1	50
All C7	All C7	5	6	4	1	6	0	0	4	3	0	3	0	3	35
Kep A1	Kep A1	5	6	3	6	6	0	0	6	2	0	0	0	1	35
Kep A2	Kep A2	5	5	2	2	6	0	0	0	6	3	3	0	2	34
Kep A3	Kep A3	6	6	2	5	6	6	3	2	0	0	3	0	1	40
Kep B1	Kep B1	5	5	2	6	6	0	0	6	3	0	0	0	2	35
Kep B2	Kep B2	5	5	3	3	6	0	0	6	5	0	3	0	2	38
Kep B3	Kep B3	5	5	0	3	6	0	0	3	6	0	3	0	2	33
Kep B4	Kep B4	6	5	3	4	6	6	0	0	0	0	3	0	3	36
Kep C1	Kep C1	6	6	0	6	6	6	3	0	4	0	3	3	3	46
Kep C2	Kep C2	6	6	0	6	6	6	0	0	0	0	3	0	3	36
Kep C3	Kep C3	5	5	5	3	6	0	0	6	3	0	0	3	3	39
Kep C4	Kep C4	5	6	6	6	6	0	0	6	6	0	0	3	3	47

Advanced Progressive Matrices

Datum: 10.03.2017
Testdauer: 30 min
Anzahl der Teilnehmer/ Teilnehmerinnen: 58

richtig: r | falsch: f | ungelöst: u

Schüler-innen	Aufgaben - Set 1																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Bil A1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Bil A2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Bil A3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Bil A4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Bil B1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	f	r	r	r	r	r	r	r	f	r
Bil B2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Bil B3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Bil B4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Bil C1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	u	r
Bil C2	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Bil C3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Bil C4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r

	Aufgaben - Set 1																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cho A1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	f
Cho A2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Cho A3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Cho A4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Cho B1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Cho B2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Cho B3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Cho B4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Cho C1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r
Cho C2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Cho C3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Cho C4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r

	Aufgaben - Set 1																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Pre A1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Pre A2																					
Pre A3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Pre A4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Pre B1	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	u	r	r	r	r	r	r	r	f	r
Pre B2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Pre B3	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Pre B4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r

Advanced Progressive Matrices

Datum: 10.03.2017
Testdauer: 30 min
Anzahl der Teilnehmer/
Teilnehmerinnen: 58

richtig r falsch f ungelöst u

Pre C1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Pre C2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r
Pre C3	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	r	u	f	r	u	r	r	r	u	r
Pre C4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r

Aufgaben - Set 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9
All A1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
All A2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	u	r	r	r	r	r
All A3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
All A4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	u	u	r	r	r	r	r	r	r
All B1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
All B2	r	r	f	u	r	r	r	r	f	u	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
All B5	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r
All B6	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
All B7	r	r	r	r	r	r	r	r	f	f	f	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
All C1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r
All C2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
All C3	r	r	r	r	r	r	r	f	f	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
All C4	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
All C5	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	r
All C7	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	u	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r

Aufgaben - Set 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Kep A1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Kep A2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	u	u	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Kep A3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r
Kep B1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Kep B2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Kep B3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r
Kep B4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Kep C1	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	f	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r
Kep C2	r	r	f	r	r	r	r	r	f	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	f
Kep C3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r
Kep C4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r

APM

Datum: 10.03.2017
Testdauer: 30 min
Anzahl der Teilnehmer/
Teilnehmerinnen: 58

Schüler-innen	Aufgaben - Set 2																				
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Bil A1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	u	r	u
Bil A2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	u	r
Bil A3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	u	u	f	u
Bil A4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	u	r	r
Bil B1	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	f	f	f	f
Bil B2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	u	r	r
Bil B3	u	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	f	u	u	u	u	u
Bil B4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r
Bil C1	r	r	r	r	r	r	r	r	f	f	f	r	r	r	u	r	r	u	u	r	r
Bil C2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	f	f	r	f	u	r	u
Bil C3	r	r	r	r	f	f	r	r	r	f	u	r	r	r	f	f	r	r	u	r	u
Bil C4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	u	r	u

	Aufgaben - Set 2																				
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Cho A1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	f	r	r	r	u	u	r	f
Cho A2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	u
Cho A3	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	u	r	r	u
Cho A4	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	f	r	r	u	u	u	u
Cho B1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	f	f	u	u	u	u
Cho B2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	f	r	u	u	u	u	u
Cho B3	r	r	r	f	r	f	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	f	r	f	r
Cho B4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r
Cho C1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	u	u
Cho C2	r	f	f	r	r	r	r	r	u	r	r	r	r	r	r	r	u	r	u	u	u
Cho C3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	f	r	f	f	r	u
Cho C4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r

	Aufgaben - Set 2																				
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Pre A1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	f	f	r	u	r
Pre A2																					
Pre A3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r
Pre A4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
Pre B1	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	u	u	u	u	u	u	u	u	u	u
Pre B2	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	u	u	r
Pre B3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	f	r	r	r	r	r	r	r	r	u
Pre B4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	f	r	u	f	u

APM

Datum: 10.03.2017
Testdauer: 30 min
Anzahl der Teilnehmer/
Teilnehmerinnen: 58

Pre C1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	f	r	f	f	r	f	u
Pre C2	u	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	f	u	u	u
Pre C3	f	r	r	u	r	r	r	f	r	r	r	f	f	r	r	f	f	u	u	u	r
Pre C4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	u	u	u	u	u	u

Aufgaben - Set 2

	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
All A1	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	f	r	r	f	r	r	r	r	u	r	r
All A2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	u	r	f	r
All A3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	f	f	u	r	u	r	u
All A4	r	r	r	r	r	r	r	r	u	u	r	u	r	r	f	r	u	u	u	u	u
All B1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r
All B2	f	r	r	f	r	u	r	r	u	r	f	f	u	u	u	r	u	u	u	u	u
All B5	r	r	r	f	f	f	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	f	f	u	u	u
All B6	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	u	u	f	r	u	u	u	u	u
All B7	r	r	r	f	r	f	r	r	r	f	f	f	r	f	r	f	f	f	f	f	r
All C1	f	r	r	f	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	f	u	u	u
All C2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	f	r	f	r	u	f	r	u	u
All C3	r	r	r	f	f	r	r	r	r	r	f	f	r	r	f	r	f	u	u	u	u
All C4	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	f	r	r	r	f	r	f	f	u	u	u
All C5	r	r	r	f	r	r	r	r	u	f	f	r	f	u	f	r	u	u	u	u	u
All C7	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	f	f	r	u	u	u	u

Aufgaben - Set 2

	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Kep A1	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	f	f	r	r	u	f	u
Kep A2	r	r	r	u	r	r	r	u	u	r	r	r	r	r	u	u	u	u	u	u	u
Kep A3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	u	r	r
Kep B1	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	u	r
Kep B2	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	f	r	r	r	r	r	u	r
Kep B3	r	f	r	r	f	r	r	r	f	r	f	r	r	r	f	r	f	f	u	u	f
Kep B4	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	u	r	r	r	u	r	f	u
Kep C1	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	f	f	r	f	f	r	f	f	f	f	f
Kep C2	f	r	r	r	r	r	r	r	f	r	f	f	r	f	f	r	f	f	f	f	f
Kep C3	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	r	r	f	r	f	f	u	u	u
Kep C4	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	r	f	r	f	r	r	f	u	u	u

APM

Datum: 10.03.2017
Testdauer: 30 min
Anzahl der Teilnehmer/
Teilnehmerinnen: 58

Schüler-innen							Set 1			Set 2		
	31	32	33	34	35	36	Σrichtig	Σfalsch	Σungelöst	Σrichtig	Σfalsch	Σungelöst
Bil A1	f	u	r	f	r	u	12	0	0	29	3	4
Bil A2	r	f	r	u	r	u	12	0	0	31	2	3
Bil A3	r	r	r	r	u	u	12	0	0	29	2	5
Bil A4	u	u	u	u	u	u	12	0	0	28	1	7
Bil B1	f	f	f	f	r	f	10	2	0	24	12	0
Bil B2	f	u	u	u	u	u	12	0	0	28	2	6
Bil B3	u	u	u	u	u	u	12	0	0	22	2	12
Bil B4	u	r	r	f	r	u	12	0	0	32	2	2
Bil C1	u	u	r	u	u	u	12	0	0	24	3	9
Bil C2	r	f	u	u	r	u	11	1	0	26	5	5
Bil C3	r	u	u	u	u	u	12	0	0	23	5	8
Bil C4	r	f	r	r	r	r	12	0	0	33	1	2
	31	32	33	34	35	36	Σrichtig	Σfalsch	Σungelöst	Σrichtig	Σfalsch	Σungelöst
Cho A1	u	u	u	u	u	u	12	0	0	23	5	8
Cho A2	r	u	r	f	u	u	12	0	0	31	1	4
Cho A3	u	u	u	u	u	u	12	0	0	26	2	8
Cho A4	u	u	u	u	u	u	11	1	0	24	2	10
Cho B1	u	u	u	u	u	u	12	0	0	23	3	10
Cho B2	u	u	u	u	u	u	12	0	0	23	2	11
Cho B3	f	f	f	f	f	f	12	0	0	25	11	0
Cho B4	r	f	f	f	f	r	12	0	0	30	6	0
Cho C1	u	u	u	u	u	u	12	0	0	26	2	8
Cho C2	u	u	u	u	u	u	12	0	0	23	2	11
Cho C3	u	u	u	u	u	u	12	0	0	25	4	7
Cho C4	u	u	u	u	u	u	12	0	0	28	2	6
	31	32	33	34	35	36	Σrichtig	Σfalsch	Σungelöst	Σrichtig	Σfalsch	Σungelöst
Pre A1	r	r	f	f	f	f	12	0	0	28	7	1
Pre A2							0	0	0	0	0	0
Pre A3	r	r	r	r	r	r	12	0	0	34	2	0
Pre A4	u	u	r	u	u	u	11	1	0	30	1	5
Pre B1	u	u	u	u	u	u	10	1	1	18	2	16
Pre B2	u	u	u	u	u	u	12	0	0	26	2	8
Pre B3	u	u	r	r	r	u	11	1	0	30	2	4
Pre B4	u	f	u	f	r	u	11	1	0	26	5	5

APM

Datum: 10.03.2017
Testdauer: 30 min
Anzahl der Teilnehmer/
Teilnehmerinnen: 58

Pre C1	u	u	u	u	u	u	12	0	0	24	5	7
Pre C2	f	f	u	u	u	u	12	0	0	23	5	8
Pre C3	u	u	r	u	u	u	11	1	0	17	7	12
Pre C4	u	u	r	u	u	u	12	0	0	24	1	11
	31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**∑richtig**	**∑falsch**	**∑ungelöst**	**∑richtig**	**∑falsch**	**∑ungelöst**
All A1	f	u	u	u	u	u	12	0	0	26	4	6
All A2	r	u	u	u	u	u	12	0	0	27	2	7
All A3	u	u	u	u	u	u	12	0	0	24	3	9
All A4	u	u	u	u	u	u	12	0	0	19	1	16
All B1	r	u	r	u	r	u	12	0	0	32	1	3
All B2	u	u	u	u	u	u	8	2	2	16	4	16
All B5	u	u	u	u	u	u	12	0	0	20	7	9
All B6	u	u	u	u	u	u	12	0	0	21	2	13
All B7	f	f	f	f	r	u	9	3	0	20	15	1
All C1	u	u	u	u	u	u	12	0	0	22	5	9
All C2	r	u	u	u	u	u	12	0	0	24	4	8
All C3	u	u	u	u	u	u	10	2	0	20	6	10
All C4	u	u	u	u	u	u	11	1	0	22	5	9
All C5	u	u	u	u	u	u	11	1	0	18	5	13
All C7	u	u	u	u	u	u	10	1	1	22	4	10
	31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**∑richtig**	**∑falsch**	**∑ungelöst**	**∑richtig**	**∑falsch**	**∑ungelöst**
Kep A1	f	u	u	u	u	u	12	0	0	24	5	7
Kep A2	u	u	u	u	u	u	10	0	2	20	0	16
Kep A3	f	r	r	u	u	u	12	0	0	29	3	4
							0	0	0	0	0	0
Kep B1	r	r	u	u	u	u	12	0	0	31	0	5
Kep B2	u	r	r	u	f	r	11	1	0	30	3	3
Kep B3	r	u	r	u	f	u	12	0	0	21	10	5
Kep B4	u	u	u	u	u	u	12	0	0	26	1	9
Kep C1	f	f	r	r	f	f	10	2	0	21	15	0
Kep C2	f	f	r	r	f	f	10	2	0	19	17	0
Kep C3	u	u	u	u	u	u	12	0	0	22	5	9
Kep C4	u	u	u	u	u	u	12	0	0	23	4	9